

Assiya Kettani

La commande prédictive globale multivariable

Mémoire
présenté
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

Département de Génie Électrique et de Génie Informatique
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL

Février 2000

© Assiya Kettani, 2000



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-49027-0

Canada

Résumé

Ce projet de recherche comporte deux volets principaux. Le premier porte sur l'étude des caractéristiques et la méthode de synthèse de la commande prédictive globale (GlobPC). C'est une loi de commande à modèle interne destinée aux systèmes multivariables. L'action de commande découle de la minimisation de trois critères quadratiques, donnant lieu à trois modes de contrôle indépendants. Le deuxième volet de ce travail consiste à développer des algorithmes de commande prédictifs multivariables basés sur des critères décentralisés. L'idée consiste à fragmenter le procédé global en un ensemble de sous-systèmes scalaires. Le contrôle de chacun est alors confié à une version monovariante de la GlobPC en tenant compte des effets des autres boucles. L'intérêt de cette approche réside dans la facilité de réglage et la possibilité d'évolution. Les résultats présentés montrent clairement la grande similitude entre les performances et la robustesse des différentes approches présentées.

Avant-propos

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué en collaboration avec le Groupe de Recherche sur l'Application de l'Informatique à l'Industrie minérale (GRAIIM) sous la direction de Monsieur André Desbiens.

Ma gratitude et mes sincères remerciements vont à mon directeur de recherche Monsieur André Desbiens. Sa constante disponibilité, sa direction scientifique et ses qualités humaines m'ont été une aide précieuse pour mener à bien ce projet de maîtrise.

Je remercie également le groupe de recherche GRAIIM pour les moyens matériel et financier durant mon programme de maîtrise.

Je remercie finalement tous ceux qui, par leur aide, ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Table des matières

Résumé	i
Avant-propos	ii
Table des matières	iii
Table des figures	vi
1 Introduction générale	1
1.1 Introduction	1
1.2 Évolution chronologique de la commande prédictive	3
1.3 Commande des procédés multivariables	8
1.3.1 Approche centralisée	8
1.3.2 Approche décentralisée (ou distribuée)	10
1.3.3 Commande algébrique	11
1.4 Objectif	13
1.5 Structure du mémoire	14
2 Commande prédictive globale	16
2.1 Introduction	16
2.2 Prédiction	17
2.2.1 Prédiction déterministe	17
2.2.2 Prédiction stochastique	20
2.3 Commande à modèle interne	23
2.3.1 Modèle du procédé	23

2.3.2	Structure de commande à modèle interne	26
2.4	Principe de la commande prédictive globale	32
2.4.1	Blocs de contrôle	34
2.4.2	Diagramme fonctionnel de la GlobPC	39
2.5	Synthèse de la loi de commande	39
2.5.1	Critère d'optimisation	41
2.5.2	Structure de principe des contrôleurs	42
2.5.3	Effet des paramètres	42
2.5.4	Introduction de la contrainte dans le critère	48
2.5.5	Minimisation du critère	55
2.5.6	La loi de commande	57
2.6	Équations d'état des contrôleurs	57
2.6.1	Contrôleur en poursuite	57
2.6.2	Contrôleur en anticipation	60
2.6.3	Contrôleur en régulation	60
2.7	Conclusion	60
3	Commande prédictive globale à critères décentralisés	62
3.1	Introduction	62
3.2	Commande prédictive globale avec découplage optimal	65
3.2.1	Réglage des contrôleurs	66
3.2.2	Découplage simple	69
3.2.3	Découplage inversé	73
3.2.4	Étape de réglage	74
3.3	Commande prédictive globale à critères décentralisés	76
3.3.1	Présentation de la méthode	76
3.3.2	Méthode de synthèse	76
3.3.3	Synthèse de la commande globale	78
3.3.4	Exemple d'un procédé 3×3	80
3.3.5	Lien avec l'approche à critère multivariable	82
3.4	Intérêts et limites théoriques de ces approches	86
3.5	Conclusion	87

4	Résultats des simulations	88
4.1	Introduction	88
4.2	Étude par simulations de la GlobPC	89
4.2.1	Effet des principaux paramètres	89
4.2.2	Tests de robustesse de la GlobPC	106
4.2.3	Exemples de réglage de procédés multivariables	108
4.3	GlobPC multivariable avec découplage optimal	118
4.3.1	Découplage simple	118
4.3.2	Découplage inversé	122
4.4	La GlobPC multivariable à critères décentralisés	128
4.4.1	Test sur le premier procédé 2×2	128
4.4.2	Test sur le deuxième procédé 2×2	133
4.4.3	Test sur le premier procédé 3×3	133
4.4.4	Test sur le deuxième procédé 3×3	135
4.4.5	Test sur le troisième procédé 3×3	139
4.5	Intérêts et limites	141
4.6	Conclusion	142
5	Conclusion générale	144
	Bibliographie	146

Table des figures

1.1	Structure de commande centralisée.	8
1.2	Structure de commande décentralisée (ou distribuée).	9
1.3	Structure de commande algébrique.	11
2.1	Procédé	23
2.2	Représentation du procédé	24
2.3	Structure de commande en boucle ouverte.	26
2.4	Structure de commande en boucle fermée classique.	27
2.5	Introduction du modèle interne.	28
2.6	Structure de commande "dite" à Modèle Interne.	29
2.7	Structure de commande à modèle interne avec anticipation.	30
2.8	Principe de la commande prédictive globale.	33
2.9	Structure du bloc de contrôle i	35
2.10	Trajectoire de référence	36
2.11	Diagramme fonctionnel de la commande prédictive globale.	40
2.12	Structure des contrôleurs.	42
3.1	Structure décomposée du procédé multivariable.	63
3.2	Structure décomposée du modèle du procédé multivariable.	64
3.3	Structure de commande GlobPC avec découplage optimal.	65
3.4	Structure de contrôle d'un procédé avec découplage optimal simple.	67
3.5	Structure de contrôle d'un procédé avec découplage optimal inversé.	68
3.6	Exemple du procédé 2×2 : découplage optimal simple.	72
3.7	Exemple du procédé 2×2 : découplage optimal inversé.	75

3.8	Structure de contrôle à critères décentralisé d'un procédé $n \times n$	77
3.9	Structure de contrôle à critères décentralisé d'un procédé 3×3	80
4.1	Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.1).	91
4.2	Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.2).	92
4.3	Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.3).	92
4.4	Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.4).	93
4.5	Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.5).	93
4.6	Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.1).	94
4.7	Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.2).	95
4.8	Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.3).	95
4.9	Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.4).	96
4.10	Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.5).	96
4.11	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.1).	98
4.12	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.2).	99
4.13	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.3).	99
4.14	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.4).	100
4.15	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.5).	100
4.16	Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.3).	101
4.17	Effet du modèle de référence sur le comportement du procédé (4.1).	101
4.18	Effet du filtre appliqué sur la sortie du procédé (4.1).	102
4.19	Effet de l'erreur de modélisation sur le gain du procédé (4.2).	102
4.20	Effet de l'erreur de modélisation sur la dynamique du procédé (4.2).	103
4.21	Effet de l'erreur de modélisation au niveau du retard du procédé (4.2).	103
4.22	GlobPC multivariable : exemple 1.	110
4.23	GlobPC multivariable : exemple 2.	111
4.24	GlobPC multivariable : exemple 3.	111
4.25	GlobPC multivariable : exemple 4.	112
4.26	GlobPC multivariable : exemple 5.	113
4.27	GlobPC multivariable : exemple 6.	113
4.28	GlobPC multivariable : exemple 7.	114
4.29	GlobPC multivariable : exemple 8.	115

4.30 GlobPC multivariable : exemple 9.	115
4.31 GlobPC multivariable : exemple 10.	116
4.32 GlobPC multivariable : exemple 11.	117
4.33 GlobPC multivariable : exemple 12.	117
4.34 GlobPC multivariable : exemple 13.	118
4.35 Découplage simple : exemple 14.	120
4.36 Découplage simple : exemple 15.	120
4.37 Découplage simple : exemple 16.	121
4.38 Découplage simple : exemple 17.	122
4.39 Découplage simple : exemple 18.	123
4.40 Découplage simple : exemple 19.	123
4.41 Découplage inversé : exemple 20.	125
4.42 Découplage inversé : exemple 21.	125
4.43 Découplage inversé : exemple 22.	126
4.44 Découplage inversé : exemple 23.	127
4.45 Découplage inversé : exemple 24.	127
4.46 Découplage inversé : exemple 25.	128
4.47 GlobPC décentralisée : exemple 26.	130
4.48 GlobPC décentralisée : exemple 27.	130
4.49 GlobPC décentralisée : exemple 28.	131
4.50 GlobPC décentralisée : exemple 29.	131
4.51 GlobPC décentralisée : exemple 30.	132
4.52 GlobPC décentralisée : exemple 31.	132
4.53 GlobPC décentralisée : exemple 32.	134
4.54 GlobPC décentralisée : exemple 33.	134
4.55 GlobPC décentralisée : exemple 34.	135
4.56 GlobPC décentralisée : exemple 35.	136
4.57 GlobPC décentralisée : exemple 36.	136
4.58 GlobPC décentralisée : exemple 37.	137
4.59 GlobPC décentralisée : exemple 38.	137
4.60 GlobPC décentralisée : exemple 39.	138
4.61 GlobPC décentralisée : exemple 40.	139

4.62 GlobPC décentralisée : exemple 41.	140
4.63 GlobPC décentralisée : exemple 42.	140
4.64 GlobPC décentralisée : exemple 44.	141
4.65 GlobPC décentralisée : exemple 45.	142

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Introduction

La commande automatique a considérablement évolué ces quatre dernières décennies afin d'augmenter la productivité et les performances des procédés. Son champ d'application s'est élargi pour couvrir actuellement la plupart des procédés dans toutes les industries voire même celles de pointe (pétro-chimique, agro-alimentaire, minérale, l'aérospacial, phosphatique etc ...).

Cette discipline continue d'évoluer grâce au progrès théorique qui est concrétisé par l'élaboration d'outils mathématiques puissants pour l'analyse et la synthèse des systèmes de commande et au progrès technologique concrétisé par la mise au point des systèmes électroniques et informatiques avancés à des coûts compétitifs.

De façon général, on entend par procédé un processus (physique, chimique, biologique,...) qui a lieu dans un environnement donné, et qui est fondé sur l'interaction de plusieurs phénomènes simultanément.

La vraie nature des procédés industriels est, en général, multivariable. Ils possèdent un certain nombre d'entrées (n appelées commandes) et un certain nombre de sorties (m), chaque sortie est affectée par au moins deux entrées. La représentation régissant

le comportement du procédé est, par conséquent, une représentation multivariable.

Pour des fins de commande, il existe deux méthodes pour représenter un procédé multivariable : la représentation au moyen d'une matrice de transfert (constituée de fonctions de transfert) ou encore, par une représentation à variables d'état.

Cette dernière alternative permettant de décrire un procédé multivariable est un outil mathématique puissant pour l'analyse et la synthèse des systèmes de commande. La représentation d'état constitue, en plus, le moyen unificateur entre la représentation des systèmes monovariable et multivariable (elle permet de représenter de la même façon les systèmes monovariables et multivariables).

Si la commande monovariable -dans le contexte linéaire- est aussi bien maîtrisée en théorie que très utilisée en industrie, la commande des procédés multivariable quant à elle, présente encore des difficultés autant sur le plan théorique que pratique. Ces difficultés sont proportionnelles aux dimensions et aux interactions présentes entre les différents sous-systèmes composant le processus. Son application en industrie est très limitée (particulièrement en industrie pétro-chimique) malgré les efforts et les travaux de recherche investis dans ce sens.

Dans ce mémoire, on s'intéresse, particulièrement, à la commande prédictive globale (Desbiens & al 2000) de procédés multivariables où le modèle du procédé est représenté par variables d'états et où la conception des contrôleurs fait appel à des méthodes optimales à critères quadratiques décentralisés pour le contrôle de systèmes multivariables.

1.2 Évolution chronologique de la commande prédictive

Le principe de commande par prédiction a été introduit, pour la première fois, par Smith à la fin des années 50 (Smith 1959). C'est une méthode connue sous le nom de *Prédicteur de Smith* qui a pour objectif de compenser l'effet du retard dans la boucle de commande (le retard est une caractéristique du système et correspond au temps nécessaire à un transport de matière ou d'énergie). Cependant, la méthode est, d'une part, très sensible aux erreurs de modélisation et d'autre part non capable de stabiliser des procédés instables en boucle ouverte.

À la fin des années 70, le concept de commande prédictive a été repris par d'autres chercheurs (Richalet & al 1976, Richalet & al 1978, Cutler & Ramaker 1980). Dans la stratégie de commande par prédiction, le plus célèbre des algorithmes proposés est celui de la commande à minimum de variance¹ (Åström & Wittenmark 1973). La synthèse de la commande se base sur le modèle entrée sortie suivant :

$$y(k) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k-1) + \frac{1}{A(q^{-1})}\xi(k)$$

où $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont des polynômes en q^{-1} de degré respectifs n_A et n_B , $\xi(k)$ est un bruit blanc discret de moyenne nulle et de variance finie et d est le retard du système (en temps discret). L'action de commande provient de la minimisation d'un critère quadratique utilisant une seule prédiction à $d+1$ pas dans le futur et dont l'expression est la suivante :

$$J = E\{[y(k+d+1)/k - r(k+d+1)]^2\}$$

où $r(k+d+1)$ la trajectoire de référence à l'instant $t = k+d+1$, $y(k+d+1)$ représentant la prédiction de la sortie calculée à partir de la connaissance du modèle et de l'équation de diophantine (Desbiens 1995).

Les principaux problèmes de cette méthode sont :

- la valeur du retard doit être connue avec exactitude, ce qui n'est pas évident en pratique,

¹MV : Minimum Variance

- le modèle du procédé doit être à phase minimale (sinon le système devient instable à la moindre erreur de modélisation), ce qui implique que la méthode n'est pas applicable aux procédés à phase non minimale,
- l'absence du terme de commande dans le critère conduit à des efforts importants de la commande, ce qui n'est pas acceptable en pratique.

Le dernier problème relié à la nature du signal de commande a été résolu par l'ajout d'un terme dans le critère. Il s'agit de la commande à minimum de variance généralisée² (Clarke & Gawthrop 1975). L'expression du critère est la suivante :

$$J = E\{P[y(k+d+1)/k - r(k+d+1)]^2 + Q[u(k) - u(k-1)]^2\}$$

où P et Q sont des termes de pondération. L'introduction du signal de commande directement dans le critère et le choix convenable des pondérations P et Q permet de faire un compromis entre l'erreur d'asservissement et l'amplitude du signal de commande fourni. Par contre le problème de l'incapacité à contrôler des procédés à phase non minimale et la sensibilité aux retard variable, n'a été résolu qu'avec l'avènement de la prédiction à horizon étendu. Ce concept, en tant qu'outil de synthèse vient de Richalet (Richalet & al 1976, Richalet & al 1978). Il fait appel à un ensemble de prédictions effectuées sur un horizon supérieur au retard, d'où l'insensibilité de cette technique au retard.

L'une des techniques, a horizon étendu, proposée est la MAC³ (Bruijn & Verbruggen 1984), connue sous le nom de IDCOM (IDentification and COMmand). Le modèle du procédé utilisé pour générer les valeurs prédites, sur tout l'horizon fixé, est basée sur la réponse impulsionnelle

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_h} h_i u(k-i-1)$$

où les coefficients h_i représentent les éléments de la réponse impulsionnelle.

Au départ, le modèle ne prenait pas en considération les perturbations et par conséquent la réjection des perturbations et l'annulation des erreurs statiques n'étaient

²GMV : Generalized Minimum Variance

³MAC : Model Algorithmic Control

pas garanties. Plusieurs versions ont vu le jour pour corriger ces problèmes.

Ensuite, il y a eu l'apparition de la commande par matrice dynamique⁴ (Cutler & Ramaker 1980). Le modèle du procédé utilisé pour obtenir les prédictions, sur un horizon égal à l'ordre du procédé (cette fois-ci), est basé sur la réponse indicielle

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_s} s_i(1 - q^{-1})u(k - i - 1)$$

où les s_i représentent les éléments de la réponse indicielle. Contrairement aux conceptions passées, la méthode DMC introduit la notion d'horizon de commande : au lieu de laisser libres toutes les actions de commandes futures, un horizon de commande est choisi après lequel une contrainte est respectée à savoir qu'au delà d'une certaine valeur H^C (inférieure ou égal à l'horizon de prédiction H^P), la variation de la commande future est nulle (autrement, la commande future reste constante). Le critère utilisé par la DMC est le suivant :

$$J = E\left\{\sum_{j=1}^{H^P} [y(k+j)/k - r(k+j)]^2 + \lambda[\Delta u(k+j-1)]^2\right\}$$

sujet à la contrainte :

$$\Delta u(k+i) = 0 \quad \forall i \geq H^C + 1$$

Cependant, l'utilisation des modèles impulsionnel ou indiciel (modèle de convolution) nécessitent plusieurs paramètres ce qui explique leurs principaux inconvénients (notamment en adaptatif). En plus, ces méthodes ne permettent pas de stabiliser des procédés instables en boucle ouverte.

Par la suite, la tendance était vers des méthodes se basant sur le modèle de procédé sous forme de fonction de transfert (généralement discrètes) s'exprimant de façon générale comme ci-dessous :

$$y(k) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})D(z^{-1})}\xi(k) \quad (1.1)$$

⁴DMC : Dynamic Matrix Control.

où $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ et $D(z^{-1})$ sont des polynômes en z^{-1} de degré respectifs n_A , n_B , n_C et n_D , $\xi(k)$ est un bruit blanc discret de moyenne nulle et de variance finie et d est le retard du système (discret).

Parmi les premiers régulateurs de la famille des contrôleurs prédictifs à horizon étendu (où le modèle utilisé est une fonction de transfert) celui de la commande auto-ajustable à prédiction étendue EPSAC⁵ (De Keyser & Cauwenberghe 1985). La synthèse de la loi de commande repose aussi sur la minimisation d'un critère quadratique :

$$J = \sum_{j=d+1}^{H^P} \Upsilon(k) [P(z^{-1})y(k+j)/k - \tau(k+j)]^2$$

où $P(q^{-1})$ est un polynôme de synthèse avec $P(1) = 1$ et $\tau(k+j)$ est la trajectoire de référence à l'instant $t = k+j$. Le facteur $\Upsilon(k)$ est une fonction de pondération qui est considérée comme un paramètre de synthèse.

Il y a eu aussi, la commande adaptative à horizon étendu EHAC (Ydstie 1984). La méthode consiste à calculer, à chaque pas d'échantillonnage, une séquence de commande $[u(k), u(k+1), \dots, u(k+H^P-d)]$ afin de respecter l'identité suivante :

$$E\{y(k+H^P)/k - \tau(k+H^P)\} = 0 \quad \text{avec} \quad H^P \geq d+1$$

La technique EHAC garantit la stabilité des procédés à phase non minimale si l'horizon de prédiction est suffisamment grand. Cependant, la technique ne permettait pas de stabiliser les procédés instables en boucle ouverte du fait de l'utilisation d'une seule prédiction.

La plus part de ces méthodes utilisent le principe de commande à horizon fuyant (glissant). Celui-la implique, qu'à chaque pas d'échantillonnage, seule est appliquée la première commande $u(k)$ de la séquence calculée (le restant des éléments de la séquence est rejeté) et toute la procédure est répétée au pas d'échantillonnage suivant. L'utilisation du principe de l'horizon fuyant permet plus de robustesse tout en réduisant le

⁵EPSAC : Extended Prediction Self-Adaptive Control

volume de calcul.

D'autres algorithmes plus robustes, se basant sur le principe de l'horizon étendu et fuyant, ont été proposés. Citons la célèbre commande prédictive généralisée⁶ (Clarke & Mohtadi 1989, Clarke & al 1987, McIntosh 1988, McIntosh & al 1991, Richalet 1993) qui est une généralisation des algorithmes présentés ci-dessus et qui est aussi l'extension à horizon étendue de la GMV. Le modèle utilisé pour générer la séquence de prédiction de la sortie sur plusieurs pas est ARIMAX qui est l'extension du modèle ARMAX :

$$y(k) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k-1) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta}\xi(k) \quad (1.2)$$

Là aussi un critère quadratique est minimisé dont l'expression est :

$$J = E\left\{ \sum_{j=H^S}^{H^P} [P y(k+j)/k - r(k+j)]^2 + \lambda(k)[Q u(k+j-1)]^2 \right\}$$

sous la contrainte : $\Delta u(k+i) = 0$ pour $i \geq H^C$, où plusieurs notions sont combinées à savoir : le principe de l'horizon étendu, le principe de l'horizon fuyant, l'horizon de commande initial H^S , etc...

La GPC est une approche qui a prouvé ses performances en industrie. Son algorithme est plus facile, flexible et robuste quant aux autres méthodes. Il est applicable à toutes sorte de procédé que ce soit les procédés à retard variable, long (ou inconnu), les procédés à déphasage non minimal, que les procédés instables (en boucle ouverte). Cependant, l'extension de l'algorithme au cas multivariable présente des difficultés du fait de l'utilisation d'un modèle représenté par fonctions de transfert.

Et finalement, il y a eu apparition du dernier membre de la famille des commandes prédictives. C'est la commande prédictive globale⁷ (Desbiens & al 2000). C'est une loi de commande à modèle interne, minimisant trois critères quadratiques pour la synthèse de la commande. Elle se distingue des précédentes par, la combinaison de trois blocs de contrôle prédictif indépendants et l'utilisation du modèle à représentation d'état qui

⁶GPC : Generalized Predictive Control

⁷GlobPC : Global Predictive Control

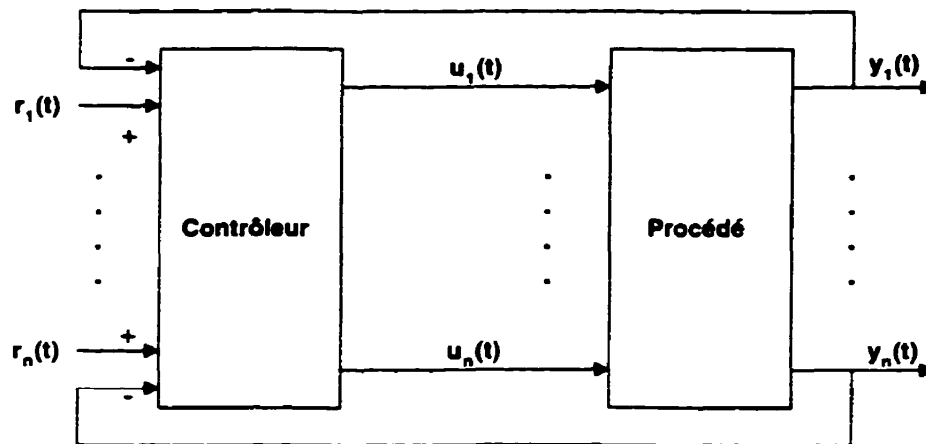


FIG. 1.1: Structure de commande centralisée.

permet son extension, de façon automatique, aux systèmes multivariables stables.

Notons qu'une attention particulière sera portée à cette loi de commande de sorte que ses caractéristiques structurelles et méthodes de synthèse seront abordées en détail dans le chapitre suivant.

1.3 Commande des procédés multivariables

Dans le contexte multivariable, se situe deux types de structure de contrôle :

- La structure de contrôle centralisée (appelé aussi multivariable),
- La structure de contrôle décentralisée (ou distribuée).

1.3.1 Approche centralisée

La commande centralisée (Skogstad & Postlethwaite 1996, Gagnon 1999) consiste à utiliser un seul contrôleur centralisé à m entrées et n sorties pour commander un procédé dans son intégralité ayant n entrées et m sorties. La structure de principe de cette approche est illustrée à la figure (1.1). Les $r_i(t)$ représentent les consignes désirées, le bloc Contrôleur représente le contrôleur centralisé, les $u_i(t)$ et $y_i(t)$ représentent, respectivement, les variables manipulées et les sorties du procédé.

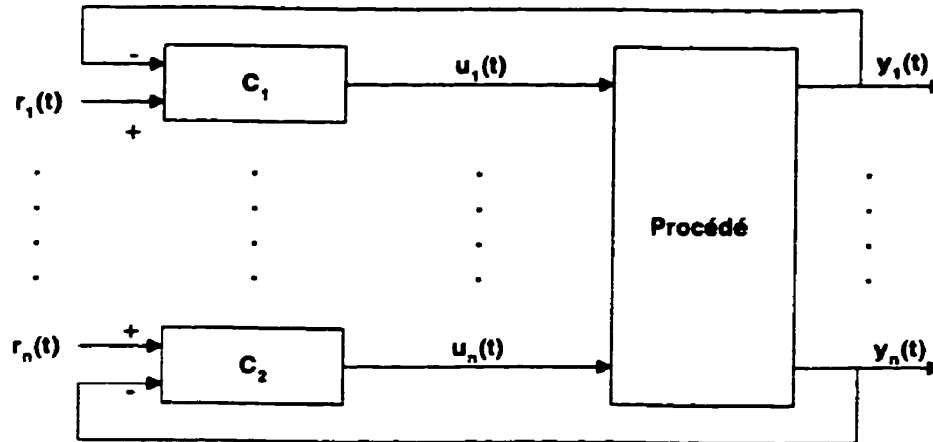


FIG. 1.2: Structure de commande décentralisée (ou distribuée).

Le contrôleur centralisé reçoit l'information globale concernant le procédé et tous les calculs effectués pour la commande du procédé se basent sur cette information globale. En conséquence, le contrôle centralisé tient compte de toutes les interactions présentes entre les différents sous-systèmes composant le procédé. Ce qui permet d'obtenir des performances intéressantes.

Cependant la commande centralisée présente des inconvénients notables rendant le design (et/ou la réalisation) aussi bien complexe que coûteux :

- le volume des calculs augmente vite avec la taille du procédé,
- le manque d'intégrité (la structure de commande est formée d'un bloc unique, la panne d'un seul des capteurs signifie une panne totale de la commande globale),
- le rejet des points de vue des opérateurs,
- la grande demande en personnel qualifié,
- pas d'évolution (concernant les éventuels ajout ou suppression de boucle de commande).

1.3.2 Approche décentralisée (ou distribuée)

La commande décentralisée (Benhammou 1988, Lunze 1992, Gagnon 1999) consiste à utiliser plusieurs contrôleurs locaux, à la place d'un seul contrôleur, pour commander un procédé multivariable. Chacun de ces contrôleurs se charge de compenser une seule boucle.

La matrice des fonctions de transfert de l'ensemble des contrôleurs est diagonale :

$$G_{CD}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} G_{CD}^{11}(z^{-1}) & & & \dots \\ 0 & G_{CD}^{22}(z^{-1}) & & \dots \\ & & \dots & \dots \\ 0 & & & \dots \\ & & & \dots \\ & & \dots & G_{CD}^{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

où les $G_{CD}^{ii}(z^{-1})$ représentent les fonctions de transfert des contrôleurs locaux.

Le schéma de principe de la commande décentralisée pour un procédé multivariable est donné à la figure (1.2). Le procédé à contrôler est décomposé en sous-systèmes (plus simples) et chaque contrôleur dispose, seulement, d'une partie d'information du procédé global. En conséquence le problème de commande globale se ramène au contrôle de sous-problèmes qui peuvent être implantés dans des unités de calcul différentes assurant plus de fiabilité et moins de complexité. Cette approche décentralisée procure certains avantages aussi bien théoriques que pratiques très intéressants à savoir :

- le design est plus facile à réaliser (simple et rapide d'implantation en industrie),
- la méthode est aussi bien flexible que fiable (la panne d'une partie se gère sans affecter le reste, l'entretien aussi se fait plus facilement),
- il est possible de spécifier des performances différentes et d'utiliser des périodes d'échantillonnage différentes pour chaque boucle individuelle,
- aucun problème relatif aux échelles relatives des mesures de sorties ne se pose,
- la suppression ou l'ajout d'une boucle de commande ou la mise en mode manuel n'affecte pas la stabilité de l'ensemble (les autres boucles continuent à être compensées),

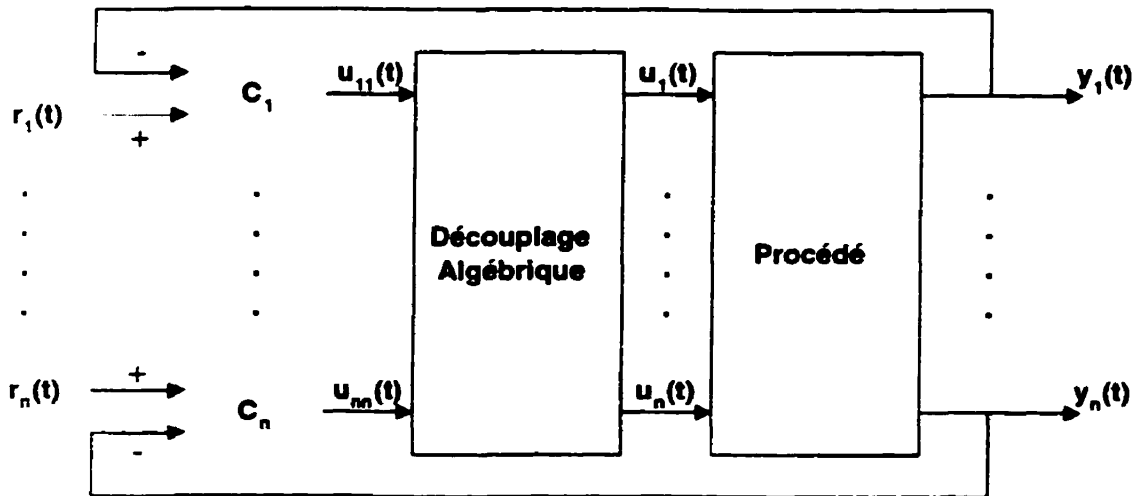


FIG. 1.3: Structure de commande algébrique.

- la technique en adaptatif nécessite moins de paramètres à estimer relativement à la commande centralisée, ce qui permet d'éviter le problème de la détérioration de l'identification dû à l'augmentation du nombre de paramètres à estimer.

1.3.3 Commande algébrique

La commande multivariable algébrique qui a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche (Gagnon & al 1999, Gagnon 1999), vise à commander un procédé multivariable tout en réduisant ou en éliminant le couplage entre les consignes et les sorties du procédé. Le principe de la structure consiste à utiliser n régulateurs scalaires C_i (avec i allant de 1 à n) pour contrôler un procédé multivariable à n entrées et n sorties en introduisant des découpleurs entre les régulateurs et le procédé. La figure (1.3) illustre l'idée de la commande avec découpleurs appelée, jusque là, la commande multivariable algébrique. Les $r_i(t)$ représentent les consignes désirées, les blocs C_i sont les régulateurs scalaires. Les $u_i(t)$ et $y_i(t)$ représentent, respectivement, les variables manipulées et les sorties du procédé.

La conception des découpleurs se fait de façon à ce que le produit des matrices

des fonctions de transfert du procédé $P(z^{-1})$ et du découpleur $(D(z^{-1}))$ donne une matrice de fonctions de transfert $(T(z^{-1}))$ diagonale :

$$P(z^{-1})D(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (1.4)$$

et,

$$D(z^{-1}) = P(z^{-1})^{-1}T(z^{-1}) \quad (1.5)$$

avec,

$$P(z^{-1}) = \begin{bmatrix} p_{11}(z^{-1}) & p_{12}(z^{-1}) & \dots & \\ p_{21}(z^{-1}) & p_{22}(z^{-1}) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ p_{n1}(z^{-1}) & \dots & \dots & p_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$D(z^{-1}) = \begin{bmatrix} d_{11}(z^{-1}) & \dots & \\ d_{21}(z^{-1}) & d_{22}(z^{-1}) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ d_{n1}(z^{-1}) & \dots & \dots & d_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$T(z^{-1}) = \begin{bmatrix} T_{11}(z^{-1}) & 0 & \dots & \\ 0 & T_{22}(z^{-1}) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & T_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

De cette façon les contrôleurs, dont la matrice des fonctions de transfert est ci-dessous, voient le bloc découpleurs en série avec le procédé comme un agencement de sous-systèmes indépendants.

$$C(z^{-1}) = \begin{bmatrix} C_{11}(z^{-1}) & 0 & \dots & \\ 0 & C_{22}(z^{-1}) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & C_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Les diverses méthodes de commande avec découpleurs (algébriques) diffèrent selon le type de découplage utilisé mais à chacune ses avantages et ses limitations (Gagnon & al 1999, Gagnon 1999). En littérature, on retrouve trois types de découplage :

- Le découplage idéal, rarement utilisé en pratique, se caractérisant par des fonctions de transfert compliquées et pas faciles à réaliser (elles sont tirées de l'équation (1.4), en choisissant à l'avance les éléments de la matrice $T(z^{-1})$). Cependant la conception des contrôleurs est facile.
- Le découplage simplifié, le plus utilisé en littérature, se caractérise par la simplicité de ses expressions, mais il conduit à des sommes de fonctions de transfert dans les éléments de la matrice $T(z^{-1})$ (sur lesquels se basent les réglages des contrôleurs). Ce qui complique la conception des régulateurs mis en jeu. Généralement, chaque somme de fonctions de transfert est approximée par une expression simple facilitant ainsi le réglage.
- Le découplage inversé a été conçu pour conserver l'avantage du découpleur idéal quant à la facilité de conception des régulateurs, tout en ayant des éléments simples comme le découpleur simplifié.

1.4 Objectif

Ce projet de recherche comporte deux volets principaux. Le premier porte sur l'étude de la commande prédictive globale (GlobPC). Cette dernière est une loi de commande destinée à contrôler des systèmes multivariables. Le deuxième volet, de ce travail, consiste à développer certains algorithmes de commande prédictifs multivariables se basant sur des méthodes optimales ayant une forme générale et un certain niveau de robustesse en présence des perturbations et des erreurs de modélisation. Les algorithmes privilégiés sont ceux à critères décentralisés où le problème de commande global se ramène à la combinaison de sous-problèmes plus simple à résoudre.

1.5 Structure du mémoire

Ce mémoire est articulé comme suit. Après quelques généralités portant, d'une part, sur l'historique de la commande prédictive (Camacho & Bordons 1999, Soeterboek 1992) (méthodes, intérêts et champ d'application) et, d'autre part, sur la commande multivariable (méthodes, avantages et inconvénients), le deuxième chapitre présente le dernier membre de la famille des commandes prédictives, à savoir la commande prédictive globale (GlobPC). Elle constitue une généralisation des algorithmes prédictifs précédents. C'est une commande à modèle interne où l'action de commande globale découle de la minimisation de trois critères quadratiques indépendants. L'extension de la méthode aux systèmes multivariables stables est rendu possible, de façon automatique et naturelle, par l'utilisation de la représentation d'état. Ce chapitre est inspiré de l'article intitulé 'Global Predictive Control' : A Unified Control Structure for Decoupling Setpoint Tracking, Feedforward Compensation and Disturbance Rejection Dynamics (Desbiens & al 2000).

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de méthodes de design multivariable à critères décentralisés. Il s'agit de la commande prédictive globale avec découpleurs optimaux et celle à critères décentralisés. La conception de ces approches se fait en deux étapes. La première consiste, d'abord, à décomposer le système global en un ensemble de sous-systèmes relativement plus simples et en interaction les un avec les autres. Ensuite la solution de contrôle globale utilise plusieurs régulateurs scalaires de type GlobPC. Chacun se charge de compenser une seule sortie tout en tenant compte des effets des interactions entre les autres boucles. Nous verrons que ces méthodes sont simples vis-à-vis des méthodes classiques.

Le chapitre 4, quant à lui, présente et discute les résultats de simulation des algorithmes développés et tente de montrer l'intérêt et les limites de chacune des méthodes que ce soit la commande prédictive globale dans le contexte centralisé, avec découplage optimal ou celle à critères décentralisés.

Le chapitre 5, présentant une conclusion générale, et la bibliographie complètent le

mémoire.

Chapitre 2

Commande prédictive globale

2.1 Introduction

La commande prédictive globale (GlobPC) est le dernier membre de la famille des commandes prédictives à horizon fuyant. Elle constitue une généralisation des algorithmes présentés au chapitre précédent. C'est une loi de commande développée (Desbiens & al 2000) dans le but d'augmenter la flexibilité et les performances tout en réduisant les restrictions. Elle se base sur une structure à modèle interne limitant, théoriquement, son application aux systèmes stables.

L'objectif global de la commande est assuré par la minimisation de trois critères quadratiques, à horizon étendu, indépendants destinés à fournir les actions de commandes optimales nécessaires en poursuite, en anticipation et en régulation de façon séparée. L'indépendance des critères permet non seulement de traiter séparément les prédictions déterministes et stochastiques mais aussi d'obtenir les comportements désirés tant en poursuite, en anticipation qu'en régulation.

L'utilisation des équations d'état comme représentation du procédé rend l'algorithme de commande de la GlobPC valable aussi bien pour les systèmes monovariabiles que ceux multivariabiles stables.

Le but de ce chapitre est de présenter les différentes étapes de la commande prédictive globale (GlobPC). Après un rappel sur l'écriture des équations de prédiction dans un contexte aussi bien déterministe que stochastique, nous allons présenter le schéma de principe de l'approche. L'expression du critère adopté sera ensuite formulée. La synthèse de la loi de commande globale découlant de la minimisation de trois critères sera développée. Et finalement, le calcul des équations d'états des contrôleurs utilisés, sera détaillé.

2.2 Prédiction

Cette section est consacrée à l'écriture des équations de prédiction du vecteur des sorties d'un modèle représentant un procédé. Le développement, des équations, s'effectue dans le contexte aussi bien déterministe que stochastique mais de façon séparée. L'écriture d'une équation de prédiction à j pas dans le futur est présentée. Ensuite, le vecteur des prédictions des sorties s'étalant sur un horizon de pas futurs est calculé. Ces données seront nécessaires lors de la conception des contrôleurs prédictifs.

2.2.1 Prédiction déterministe

La représentation d'état d'un modèle déterministe, caractérisé par m entrées et n sorties, peut être définie par les équations suivantes :

$$X_d(t+1) = A_d X_d(t) + B_d u_d(t) \quad (2.1)$$

$$y_d(t) = C_d X_d(t) + D_d u_d(t) \quad (2.2)$$

où A_d , B_d , C_d et D_d représentent les matrices d'états du modèle déterministe considéré. $X_d(t)$, $u_d(t)$ et $y_d(t)$ représentent, respectivement, les vecteurs des états, d'entrées et de sorties du modèle considéré :

$$X_d(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_p(t)]^T \quad (2.3)$$

$$u_d(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_m(t)]^T \quad (2.4)$$

$$y_d(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_n(t)]^T \quad (2.5)$$

Pour écrire une équation de prédiction de la sortie à j pas dans le futur, il suffit de réécrire l'équation (2.2) en incrémentant l'indice temporel du nombre de pas désiré comme illustré ci-après :

Prédiction à un pas dans le futur :

$$\begin{aligned} y_d(t+1/t) &= C_d X_d(t+1) + D_d u_d(t+1) \\ &= C_d (A_d X_d(t) + B_d u_d(t)) + D_d u_d(t+1) \\ &= C_d A_d X_d(t) + C_d B_d u_d(t) + D_d u_d(t+1) \end{aligned}$$

Prédiction à 2 pas dans le futur :

$$\begin{aligned} y_d(t+2/t) &= C_d X_d(t+2) + D_d u_d(t+2) \\ &= C_d (A_d X_d(t+1) + B_d u_d(t+1)) + D_d u_d(t+2) \\ &= C_d A_d X_d(t+1) + C_d B_d u_d(t+1) + D_d u_d(t+2) \\ &= C_d A_d^2 X_d(t) + C_d A_d B_d u_d(t) + C_d B_d u_d(t+1) + D_d u_d(t+2) \end{aligned}$$

Prédiction à j pas dans le futur :

$$\begin{aligned} y_d(t+j/t) &= C_d X_d(t+j) + D_d u_d(t+j) \\ &= C_d (A_d X_d(t+j-1) + B_d u_d(t+j-1)) + D_d u_d(t+j) \\ &= C_d A_d^j X_d(t) + C_d A_d^{j-1} B_d u_d(t) + C_d A_d^{j-2} B_d u_d(t+1) \\ &\quad + \dots + C_d B_d u_d(t+j-1) + D_d u_d(t+j) \end{aligned}$$

Prédictions s'étalant sur un horizon de pas futurs : Il est donc possible, d'écrire le vecteur des prédictions du vecteur des sorties depuis un horizon de prédiction initial

H^S jusqu'à un autre maximal H^P (avec $1 \leq H^S \leq H^P$) comme développé ci-après :

$$Y_d(t + H^S; t + H^P/t) = \begin{bmatrix} y_d(t + H^S) \\ y_d(t + H^S + 1) \\ \dots \\ y_d(t + H^P) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_d A_d^{H^S} \\ C_d A_d^{H^S+1} \\ \dots \\ C_d A_d^{H^P} \end{bmatrix} X_d(t) + \begin{bmatrix} C_d A_d^{H^S-1} B_d & C_d A_d^{H^S-2} B_d & \dots & C_d B_d & D_d & \underline{0} & \underline{0} & \dots \\ C_d A_d^{H^S} B_d & C_d A_d^{H^S-1} B_d & \dots & C_d A_d B_d & C_d B_d & D_d & \underline{0} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & C_d A_d B_d & C_d B_d & D_d & \underline{0} \\ C_d A_d^{H^P-1} B_d & C_d A_d^{H^P-2} B_d & \dots & \dots & \dots & C_d A_d B_d & C_d B_d & D_d \end{bmatrix} \tilde{u}_d(t)$$

Cette dernière équation exprimant le vecteur des prédictions des sorties d'un modèle déterministe peut être représentée sous une forme plus condensée comme indiqué ci-dessous :

$$Y_d(t + H^S; t + H^P/t) = E_d X_d(t) + \tilde{F}_d \tilde{u}_d(t) \quad (2.6)$$

avec,

$$\tilde{u}_d(t) = \begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_d(t + 1) \\ \dots \\ u_d(t + H^P - 1) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

E_d et \tilde{F}_d sont des matrices de prédiction déterministe qui se déduisent, facilement, à partir des matrices d'état du modèle déterministe considéré et sont, respectivement, de dimensions $(H^P - H^S + 1)n$ par p et $(H^P - H^S + 1)n$ par $H^P m$ (p représente le nombre des états du modèle déterministe). Dans le cas où le vecteur des variables manipulées est soumis à une contrainte dans le futur de type :

$$(1 - q^{-1}) u(t + j) = 0 \text{ pour } j \geq H^C \quad (2.8)$$

L'expression de $(\tilde{F}_d \tilde{u}_d(t))$ peut, alors, être modifiée de façon à réduire les dimensions des matrices d'état. En effet, la contrainte implique que le vecteur des actions de

commandes reste constant après l'horizon de contrôle. Ceci se traduit par les transformations développées ci-dessous :

$$\begin{aligned} \tilde{F}_d \tilde{u}_d(t) &= \begin{bmatrix} C_d A_d^{H^S-1} B_d & \dots & C_d A_d^{H^S-H^C+1} B_d & D_d + \sum_{k=0}^{H^S-H^C} C_d A_d^k B_d \\ C_d A_d^{H^S} B_d & \dots & C_d A_d^{H^S-H^C+2} B_d & D_d + \sum_{k=0}^{H^S-H^C+1} C_d A_d^k B_d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_d A_d^{H^P-1} B_d & \dots & C_d A_d^{H^P-H^C+1} B_d & D_d + \sum_{k=0}^{H^P-H^C} C_d A_d^k B_d \end{bmatrix} \tilde{u}_d(t) \\ &= F_d \tilde{u}_d(t) \end{aligned}$$

avec cette fois ci :

$$\tilde{u}_d(t) = \begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_d(t+1) \\ \dots \\ \dots \\ u_d(t+H^C-1) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

À partir de ce résultat, le vecteur des prédictions des sorties d'un modèle déterministe soumis à la contrainte définie ci-haut devient :

$$Y_d(t+H^S; t+H^P/t) = E_d X_d(t) + F_d \tilde{u}_d(t) \quad (2.10)$$

2.2.2 Prédiction stochastique

La représentation d'état d'un modèle stochastique ayant n entrées et n sorties peut être définie par les équations suivantes :

$$X_{st}(t+1) = A_{st} X_{st}(t) + B_{st} \xi(t) \quad (2.11)$$

$$y_{st}(t) = C_{st} X_{st}(t) + D_{st} \xi(t) \quad (2.12)$$

A_{st} , B_{st} , C_{st} et D_{st} représentent les matrices des états du modèle stochastique considéré. $X_{st}(t)$, $\xi(t)$ et $y_{st}(t)$ représentent, respectivement, les vecteurs des états, entrées et sorties stochastiques du modèle.

$$X_{st}(t) = [x_{s1}(t) \ x_{s2}(t) \ \dots \ x_{sp}(t)]^T \quad (2.13)$$

$$\xi(t) = [\xi_1(t) \ \xi_2(t) \ \dots \ \xi_{sn}(t)]^T \quad (2.14)$$

$$y_{st}(t) = [y_{s1}(t) \ y_{s2}(t) \ \dots \ y_{sn}(t)]^T \quad (2.15)$$

Les entrées sont supposées être des bruits blancs, à variance finie égale à σ_i^2 . Si la matrice D_{st} est inversible, il est possible d'isoler le vecteur $\xi(t)$ comme suit :

$$\xi(t) = D_{st}^{-1} [y_{st}(t) - C_{st} X_{st}(t)] \quad (2.16)$$

En utilisant les équations (2.11) et (2.16) il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} X_{st}(t) &= A_{st} X_{st}(t-1) + B_{st} \xi(t-1) \\ &= A_{st} X_{st}(t-1) + B_{st} D_{st}^{-1} [y_{st}(t-1) - C_{st} X_{st}(t-1)] \\ &= [A_{st} - B_{st} D_{st}^{-1} C_{st}] X_{st}(t-1) + B_{st} D_{st}^{-1} y_{st}(t-1) \end{aligned}$$

En procédant de la même façon que le cas déterministe et en considérant que les bruits futurs sont nuls (Desbiens 1995) (c'est la meilleure prédiction au sens des moindres carrés), il est possible de calculer le vecteur des prédictions du vecteur des sorties stochastiques depuis un horizon de prédiction minimum H^S jusqu'à un horizon de prédiction maximum H^P comme indiqué ci-dessous :

$$\begin{aligned}
Y_{st}(t + H^S; t + H^P/t) &= \begin{bmatrix} y_{st}(t + H^S) \\ y_{st}(t + H^S + 1) \\ \dots \\ \dots \\ y_{st}(t + H^P) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C_{st} A_{st}^{H^S} \\ C_{st} A_{st}^{H^S+1} \\ \dots \\ \dots \\ C_{st} A_{st}^{H^P} \end{bmatrix} X_d(t) + \\
&\quad \begin{bmatrix} C_{st} A_{st}^{H^S-1} B_{st} \\ C_{st} A_{st}^{H^S} B_{st} \\ \dots \\ \dots \\ C_{st} A_{st}^{H^P-1} B_{st} \end{bmatrix} D_{st}^{-1} [y_{st}(t) - C_{st} X_{st}(t)] \\
&= \begin{bmatrix} C_{st} A_{st}^{H^S} - C_{st} A_{st}^{H^S-1} B_{st} D_{st}^{-1} C_{st} \\ C_{st} A_{st}^{H^S+1} - C_{st} A_{st}^{H^S} B_{st} D_{st}^{-1} C_{st} \\ \dots \\ \dots \\ C_{st} A_{st}^{H^P} - C_{st} A_{st}^{H^P-1} B_{st} D_{st}^{-1} C_{st} \end{bmatrix} X_d(t) + \\
&\quad \begin{bmatrix} C_{st} A_{st}^{H^S-1} B_{st} D_{st}^{-1} \\ C_{st} A_{st}^{H^S} B_{st} D_{st}^{-1} \\ \dots \\ \dots \\ C_{st} A_{st}^{H^P-1} B_{st} D_{st}^{-1} \end{bmatrix} y_{st}(t)
\end{aligned}$$

Cette équation peut s'exprimer sous une forme plus condensée comme indiqué ci-dessous :

$$Y_{st}(t + H^S; t + H^P/t) = K X_{st}(t) + L y_{st}(t) \quad (2.17)$$

K et L représentent les matrices de prédiction stochastique et se déduisent des matrices d'état du modèle stochastique considéré. Elles sont, respectivement, de dimensions $(H^P - H^S + 1)n$ par sp et $(H^P - H^S + 1)n$ par n (sp est le nombre des états du modèle stochastique) .

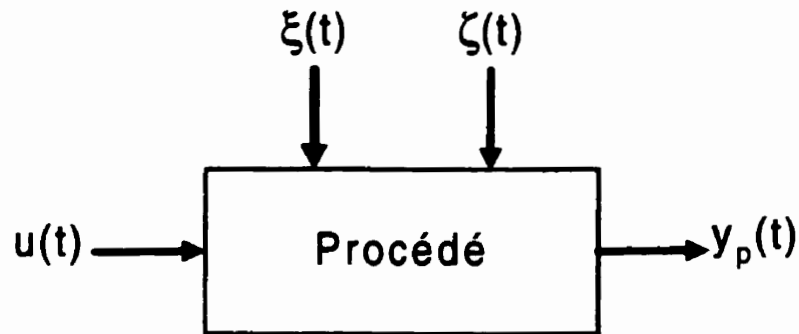


FIG. 2.1: Procédé

2.3 Commande à modèle interne

Cette section porte sur la représentation d'un procédé, la définition, les propriétés et les caractéristiques de la commande à modèle interne.

2.3.1 Modèle du procédé

Un procédé à contrôler est, généralement, représenté par un vecteur de variables de sorties et par trois types de vecteurs de variables d'entrées. La figure (2.1) montre cette représentation. $y_p(t)$ représente le vecteur de toutes les variables de sorties qui est, généralement, influencé par trois types de vecteurs d'entrées :

- le vecteur des actions de commandes $u(t)$:

$$u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_{nu}(t)]^T \quad (2.18)$$

- les vecteurs des perturbations $\zeta(t)$ et $\xi(t)$:

$$\zeta(t) = [\zeta_1(t) \quad \zeta_2(t) \quad \dots \quad \zeta_{nv}(t)]^T \quad (2.19)$$

$$\xi(t) = [\xi_1(t) \quad \xi_2(t) \quad \dots \quad \xi_{n\xi}(t)]^T \quad (2.20)$$

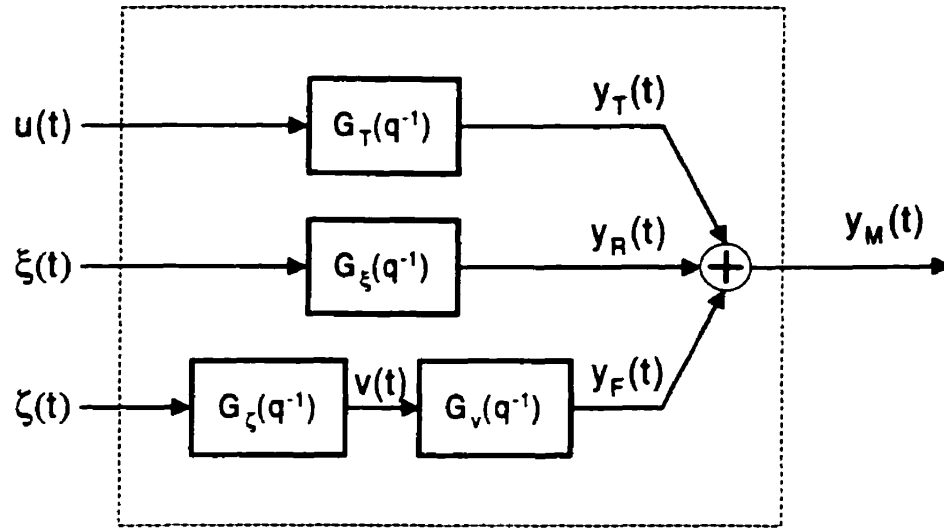


FIG. 2.2: Représentation du procédé

$\zeta(t)$ est supposé être un vecteur de bruits blancs (non mesurable) qui à travers une certaine matrice de fonctions de transfert $G_\zeta(q^{-1})$ donne naissance à un autre vecteur $v(t)$ qui, lui, est mesurable et dont l'expression est :

$$v(t) = [v_1(t) \ v_2(t) \ \dots \ v_{nv}(t)]^T \quad (2.21)$$

$\xi(t)$ est supposé être un autre vecteur de bruits blancs qui à travers une certaine matrice de fonctions de transfert génère une sortie non mesurable (ou inconnue).

En considérant toutes ces entrées possibles, le procédé peut être représenté par la structure du modèle (Desbiens & Hodouin 1999), en termes de fonctions de transfert comme indiqué à la figure (2.2). Le vecteur des sorties du modèle $y_M(t)$ estimant le vecteur des sorties du procédé est donnée par :

$$y_M(t) = y_T(t) + y_F(t) + y_R(t) \quad (2.22)$$

$y_T(t)$ représente l'estimation du vecteur des sorties du procédé par rapport à l'effet du vecteur $u(t)$ à travers le modèle de poursuite $G_T(q^{-1})$ qui est l'estimation de la

matrice des fonctions de transfert reliant le vecteur des entrées $u(t)$ et le vecteur des sorties du modèle $y_M(t)$ lorsque les vecteurs des entrées des perturbations mesurables et celles non mesurables sont supposés être nuls :

$$G_T(q^{-1})u(t) = y_T(t) = y_M(t)_{\xi=v=0} \quad (2.23)$$

$y_F(t)$ représente l'estimation du vecteur des sorties du procédé par rapport à l'effet du vecteur $\zeta(t)$ à travers les modèles $G_\zeta(q^{-1})G_v(q^{-1})$. Le vecteur des sorties $y_F(t)$ est donc relié à la perturbation non mesurable $\zeta(t)$ et au vecteur mesurable $v(t)$ par :

$$y_F(t) = G_\zeta(q^{-1})G_v(q^{-1})\zeta(t) = G_v(q^{-1})v(t)$$

Cette dernière équation constitue une estimation du vecteur des sorties du modèle $y_M(t)$ lorsque les vecteurs $u(t)$ et $\xi(t)$ sont supposés être nuls. En posant $G_F(q^{-1}) = G_\zeta(q^{-1})G_v(q^{-1})$, il est possible d'écrire :

$$y_F(t) = y_M(t)_{u=\xi=0} = G_F(q^{-1})\zeta(t) \quad (2.24)$$

$y_R(t)$ représente l'estimation du vecteur des sorties du procédé par rapport à l'effet du vecteur $\xi(t)$ à travers le modèle de régulation $G_\xi(q^{-1})$ qui est une estimation de la matrice des fonctions de transfert reliant le vecteur des perturbation non mesurables $\xi(t)$ et le vecteur $y_M(t)$ lorsque les vecteurs $u(t)$ et $v(t)$ sont supposés être nuls :

$$G_\xi(q^{-1})\xi(t) = y_R(t) = y_M(t)_{u=v=0} \quad (2.25)$$

En supposant que les modèles sont parfaits et qu'il y a moyen de mesurer le vecteur $y_R(t)$, le vecteur global des sorties du procédé peut être estimé par la somme des sorties des modèles de poursuite, d'anticipation et de régulation tel que indiqué ci-dessous :

$$y_p(t) = y_M(t) = y_T(t) + y_F(t) + y_R(t) \quad (2.26)$$

Cependant, la modélisation des procédés n'est jamais exacte et donc le vecteur des sorties du procédé réel est toujours différent de celui du modèle :

$$y_p(t) \neq y_M(t)$$

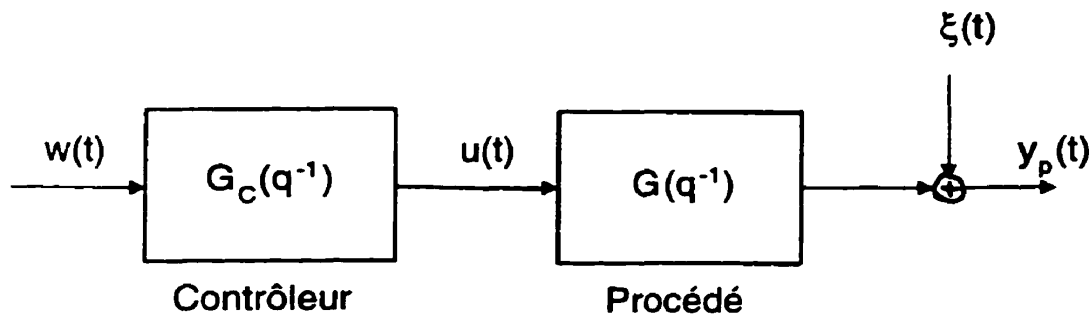


FIG. 2.3: Structure de commande en boucle ouverte.

En fait pour réussir à véritablement obtenir $y_p(t) = y_M(t)$, $y_R(t)$ est supposé être non seulement le vecteur des sorties du procédé par rapport à l'effet des perturbations non mesurables (ou inconnues) mais plutôt la somme de plusieurs composantes (Desbiens & Hodouin 1999) :

- des erreurs de modélisation.
- des perturbations bornées.
- du bruit causé par le repliement spectral.
- du bruit de mesure (incluant des déviations constantes ou de douces dérives).
- ... etc.

2.3.2 Structure de commande à modèle interne

La structure de commande à modèle interne (Garcia & Morari 1982, Foulard & al 1987, Pomerleau 1997) est une stratégie de contrôle où, les actions de commande, réalisées pour le modèle (et non pas pour le procédé), sont appliquées simultanément au procédé et au modèle. Les diverses structures proposées jusque là, varient selon la méthode de synthèse de la loi de commande utilisée et aussi selon la manière de tenir compte des écarts entre le modèle et le procédé.

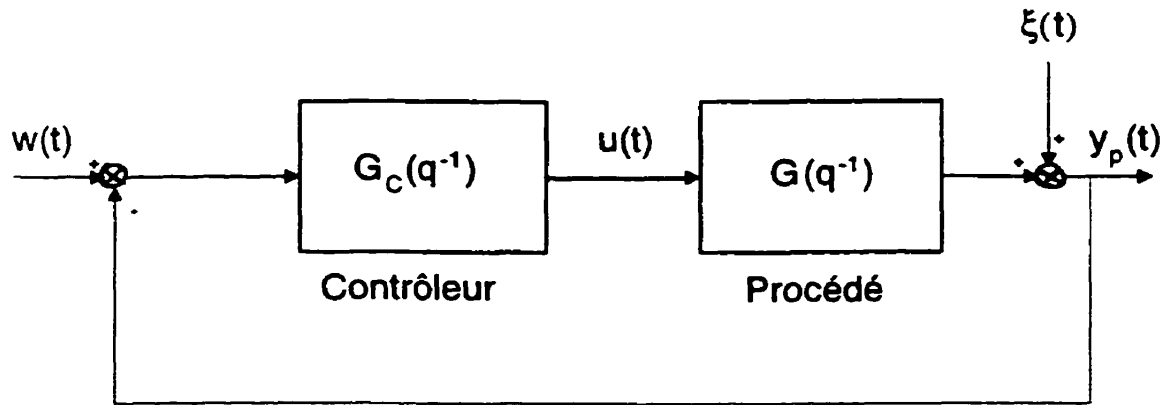


FIG. 2.4: Structure de commande en boucle fermée classique.

Évolution de la structure

Considérons d'abord la structure de commande en boucle ouverte illustrée sur la figure (2.3). $G_C(q^{-1})$ représente la fonction de transfert du contrôleur et $G(q^{-1})$ représente celle du procédé. $w(t)$ et $y_p(t)$ représentent, respectivement, la consigne et la sortie du procédé. $G_C(q^{-1})$ serait idéalement choisi égal à l'inverse de $G(q^{-1})$ (ce qui est en réalité impossible à cause de la discrétisation qui génère au moins le retard du BOZ) ce qui permettrait d'obtenir, à tout instant, les sorties désirées (ce qui revient à contrôler en poursuite).

Les inconvénients, bien connus, de cette structure (erreur statique, perturbations non considérées, sensibilité aux erreurs de modélisation, etc...) ont conduit à la structure en boucle fermée classique de la figure (2.4). Dans cette structure la sortie du procédé ($y_p(t)$) est comparée à la consigne ($w(t)$) pour former le signal d'erreur, sur lequel se base un traitement au niveau du contrôleur afin de fournir un signal de commande pour l'appliquer au procédé. Cette structure présente l'avantage de compenser aussi bien les perturbations inconnues (ou non mesurées) que les faibles erreurs de modélisation (ce qui revient à contrôler en poursuite et en régulation).

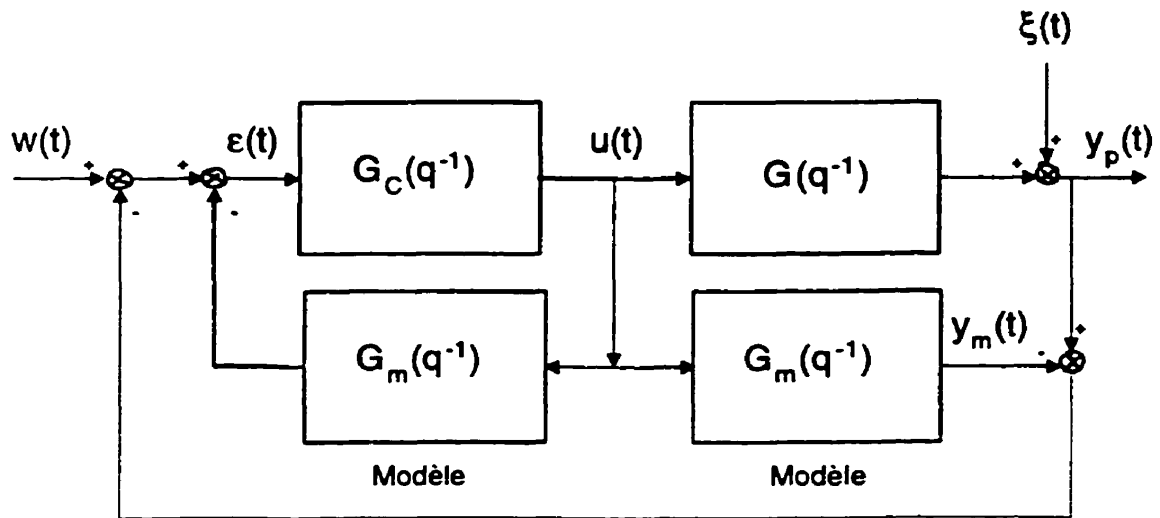


FIG. 2.5: Introduction du modèle interne.

Cependant, le principal problème réside dans la difficulté de déterminer la fonction de transfert du contrôleur ($G_C(q^{-1})$) qui soit d'une part stable et qui garantisse, d'autre part, la stabilité de la boucle fermée.

Le schéma de la figure (2.4) peut être modifiée en introduisant la connaissance du modèle $G_m(q^{-1})$ du procédé comme indiqué sur la figure (2.5). Ce schéma est d'ailleurs équivalent à celui de la figure précédente à condition que la consigne et les perturbations restent les mêmes.

En remplaçant dans la figure (2.5) le bloc ($G_C(q^{-1})$ en parallèle avec $G_m(q^{-1})$) par la fonction de transfert équivalente $C(q^{-1})$ et en modifiant le schéma en conséquence, on obtient la structure de commande "dite" à modèle interne comme illustré à la figure (2.6).

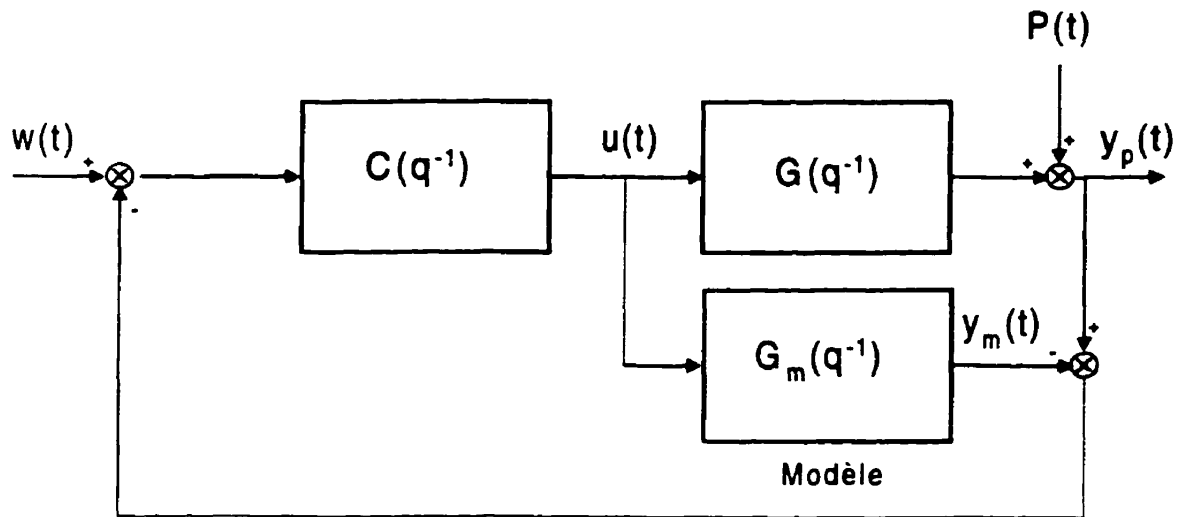


FIG. 2.6: Structure de commande "dite" à Modèle Interne.

Cette structure à modèle interne conserve les avantages d'une structure de commande en boucle fermée classique quant à la régulation des perturbations et l'atténuation des erreurs de modélisation. Cependant, le problème de synthèse du contrôleur est plus simple puisque les conditions de la stabilité du système global sont celle d'une commande en boucle ouverte (ie : il suffit que le contrôleur et le procédé soient stables séparément).

En présence des perturbations mesurables (en plus des perturbations non mesurables $P(t) = \zeta(t) + \xi(t)$) et en s'inspirant de la section précédente, le schéma de la figure (2.6) peut être modifié à la figure (2.7) de manière à ce que la structure à modèle interne permette d'estimer les perturbations mesurables affectant le procédé. Ce qui revient à modifier la consigne afin d'éliminer l'effet des perturbations mesurable sur le procédé (ce qui revient à contrôler en poursuite en régulation et en anticipation).

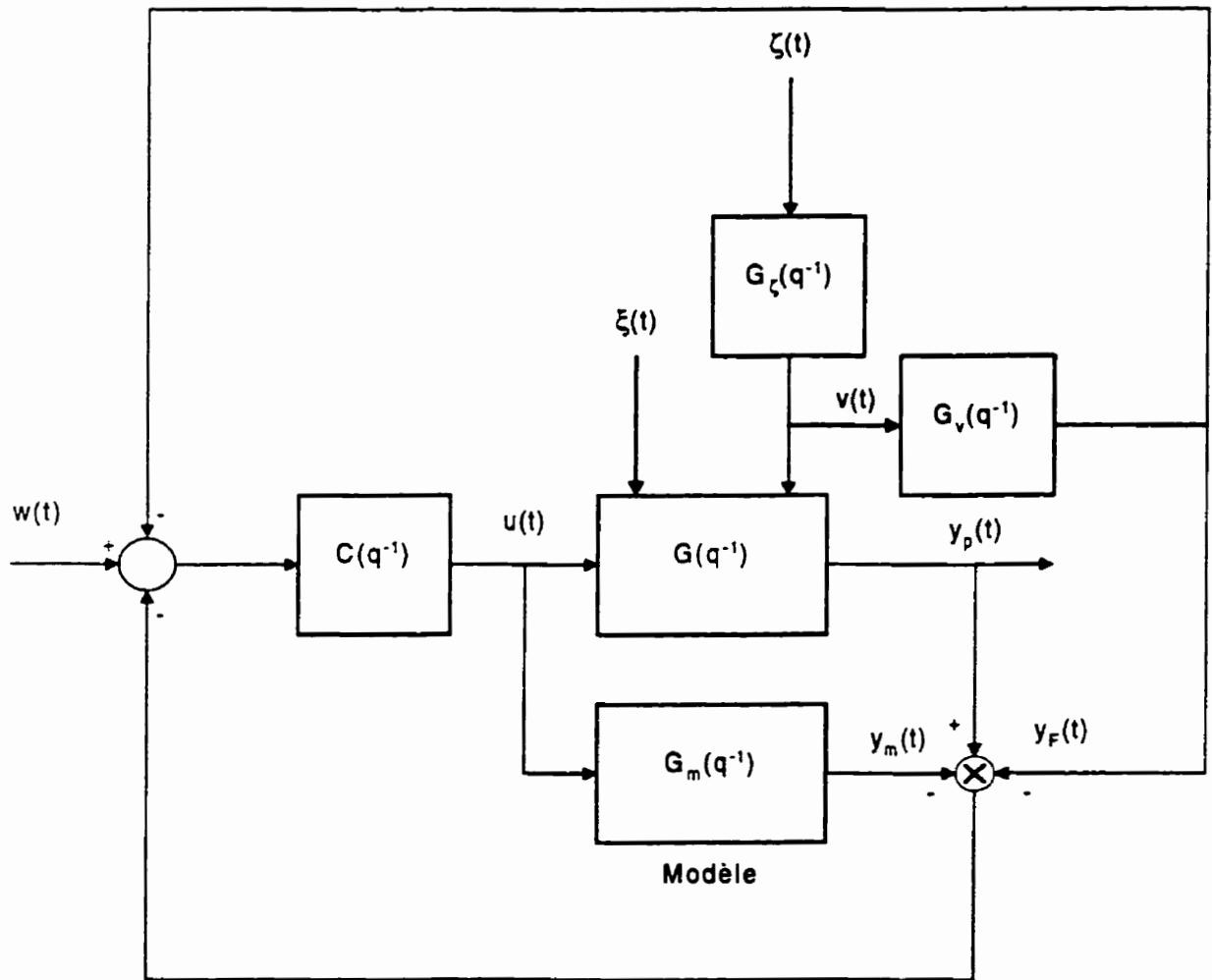


FIG. 2.7: Structure de commande à modèle interne avec anticipation.

Caractéristiques

La structure de commande à modèle interne se caractérise par les points suivants :

- La présence d'un modèle stable et le calcul d'une loi de commande pour le modèle (et non pas pour le procédé).
- La compensation des perturbations mesurables par estimation du modèle en anticipation.
- L'estimation des perturbations inconnues (ou non mesurées) par comparaison de la sortie du procédé ($y_p(t)$) et la somme de celles des modèles $G_m(q^{-1})$ et $G_F(q^{-1})$ ($y_F(t) + y_m(t)$).
- La modification de la consigne principale en boucle ouverte par bouclage de ces estimations.

Remarque 1

Les consignes sont modifiées en fonction des écarts entre le procédé et son modèle qui sont dues à des perturbations affectant le procédé et aux erreurs inévitables de modélisation.

Propriétés

Stabilité : Par inspection du schéma de commande à modèle interne, il est facile de déterminer les conditions de stabilité.

- Cas idéal ($G_m(q^{-1}) = G(q^{-1})$) : la stabilité de la commande est assurée si et seulement si le correcteur et le procédé sont stables séparément (cette propriété est celle d'une commande en boucle ouverte).
- Cas réel ($G_m(q^{-1}) \neq G(q^{-1})$) : de faibles écarts n'entraînent pas d'instabilité (Foulard & al 1987) mais pour des écarts plus importants il est nécessaire d'introduire un filtre, couramment appelé "modèle de référence régulation" qui permet de stabiliser le système et d'augmenter la robustesse de la commande vis à vis des erreurs de modélisation.

Poursuite : Si , le cas idéal, ($G_c(q^{-1}) = G_m^{-1}(q^{-1})$), la poursuite serait parfaite quelles que soient les perturbations affectant le procédé et les écarts entre le procédé ($G(q^{-1})$) et son modèle ($G_m(q^{-1})$). Cependant cette condition ne peut être réalisable et, par conséquent, la poursuite parfaite est difficile à atteindre.

Erreurs statiques : Il a été démontré (Foulard & al 1987) que l'erreur statique peut être nulle juste en prenant ($G_c(1) = G_m^{-1}(1)$) qui est, d'ailleurs, plus facile à réaliser que la condition ($G_c(q^{-1}) = G_m^{-1}(q^{-1})$). Notons qu'avec la structure à modèle interne l'erreur statique peut être nulle sans avoir besoin d'intégrateurs (ce qui élimine les problèmes engendrés par la présence d'intégrateurs).

2.4 Principe de la commande prédictive globale

Le schéma de la figure (2.8) illustre le principe général de la commande prédictive globale (GlobPC). La commande prédictive globale est caractérisée par les points suivants :

- C'est une structure de commande à modèle interne où le contrôle du système global est assuré par la combinaison linéaire de trois blocs de contrôle indépendants.
- Le vecteur des actions de commande global $u(t)$ est la somme des vecteurs des actions des commandes $u_T(t)$, $u_F(t)$ et $u_R(t)$ fournis, par les trois blocs de contrôle indépendants.
- Le bloc de contrôle en poursuite fournit un vecteur de commande $u_T(t)$ à partir de la minimisation d'un critère quadratique de façon que le vecteur des sorties du modèle $y_T(t)$ suive le vecteur des trajectoires de référence en respectant les contraintes du critère optimal utilisé en poursuite. En absence de perturbations et d'erreur de modélisation, le bloc de contrôle en poursuite est seul capable de maintenir le vecteur des sorties aux valeurs désirées. Le vecteur des consignes en poursuite $w_T(t)$ est fixé par l'opérateur selon les spécifications désirées en poursuite.

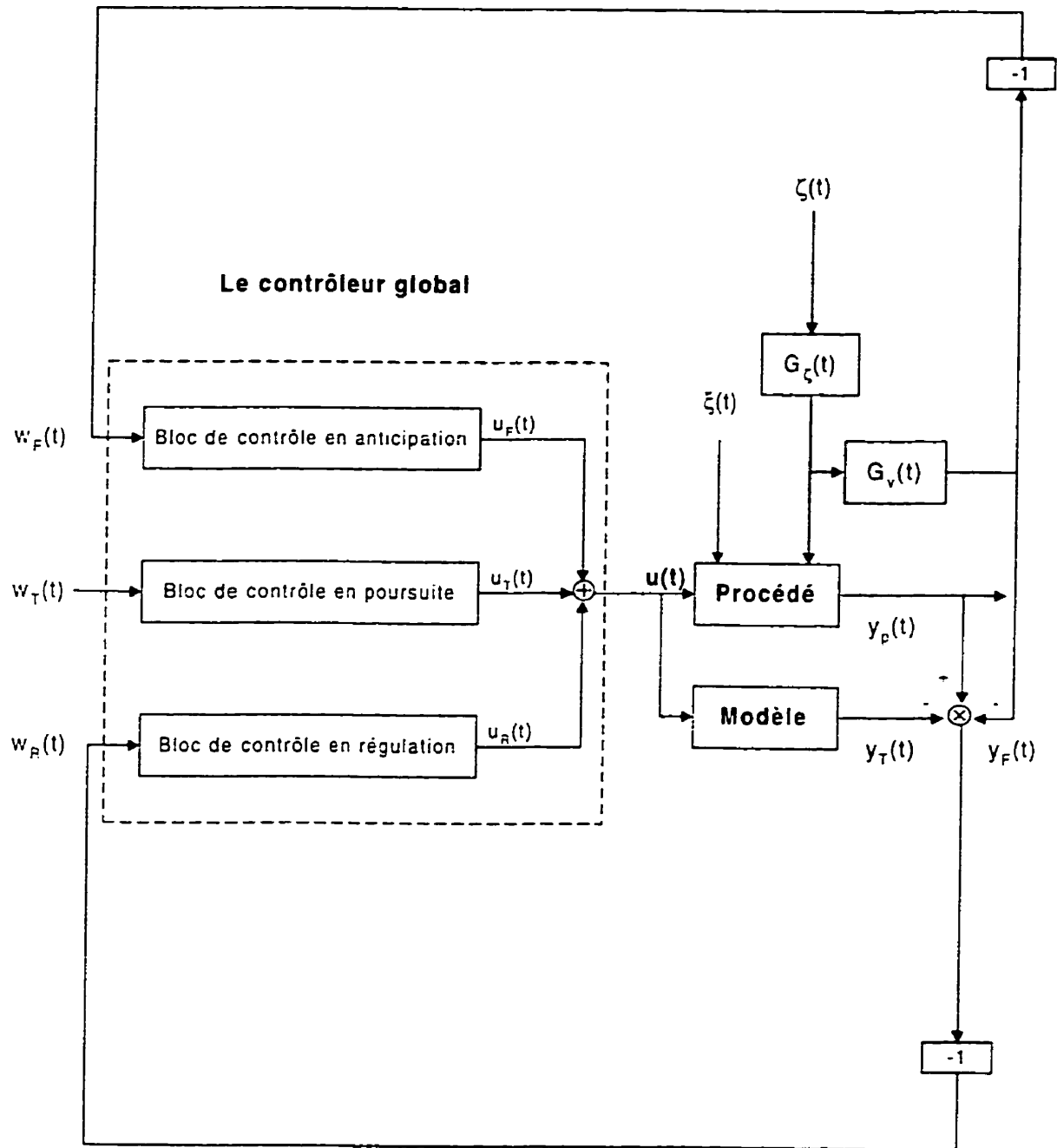
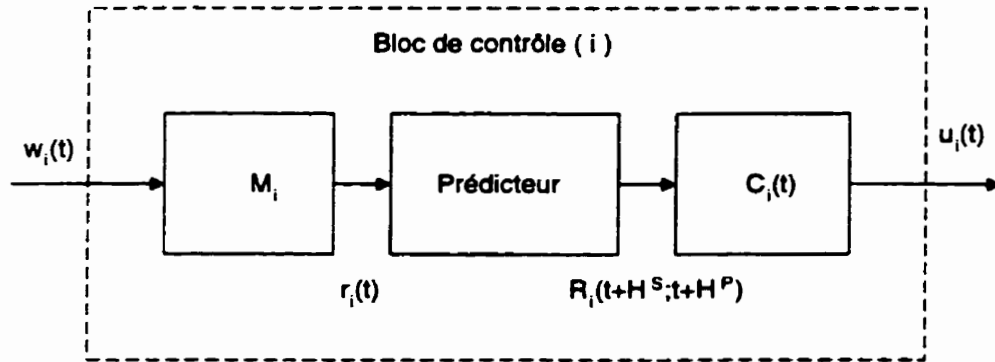


FIG. 2.8: Principe de la commande prédictive globale.

- Le bloc de contrôle en anticipation a le rôle d'éliminer l'effet des perturbations mesurables sur le procédé. Cet effet est estimé par le modèle ($G_F(q^{-1}) = G_v(q^{-1}).G_\zeta(q^{-1})$). Le contrôleur en anticipation fourni un vecteur de commande $u_F(t)$ découlant de la minimisation d'un critère quadratique qui ramène le vecteur des sorties du modèle à $-y_F(t)$ en régime permanent avec les dynamiques spécifiées tout en respectant les contraintes du critère optimal en anticipation. Le vecteur des consignes en anticipation noté $w_F(t)$ est, dans ce cas, $-y_F(t)$ calculé à partir du modèle ($G_F(q^{-1}) = G_v(q^{-1}).G_\zeta(q^{-1})$) qui estime la matrice des fonctions de transfert reliant $\zeta(t)$ et les sorties du procédé $y_p(t)$. Lorsqu'il n'y a pas de changement des consignes et qu'il n'y a pas d'erreur de modélisation sur le modèle $G_F(q^{-1})$ et en absence de perturbations non mesurables (ou inconnues), le vecteur des actions de commande $u_F(t)$, fourni en anticipation, seul peut contrôler convenablement le procédé.
- Le bloc de contrôle en régulation vise à éliminer, d'une part, l'effet des perturbations non mesurables (ou inconnues) sur le procédé et à compenser, d'autre part, les erreurs de modélisation (garder les sorties constantes en dépit des perturbations et des erreurs de modélisation). Nous avons déjà vu dans la section précédente que $y_R(t)(= y_p(t) - y_M(t) - y_F(t))$ représente l'estimation de toutes les composantes non mesurables (ou inconnues) agissant sur le procédé. Pour éliminer l'effet de ces dernières, le contrôleur en régulation fourni un vecteur des actions de commande $u_R(t)$ découlant de la minimisation d'un critère quadratique qui ramène le vecteur des sorties du modèle à $-y_R(t)$ en régime permanent avec les dynamiques spécifiées en régulation en respectant, là aussi, les contraintes du critère optimal en régulation. Le vecteur des consignes en régulation noté $w_R(t)$ est, dans ce cas, $-y_R(t)$.

2.4.1 Blocs de contrôle

Tout en ayant des objectifs différents, les trois blocs de contrôle possèdent la même structure et se basent sur le même principe comme indiqué sur la figure (2.9). Que ce soit en poursuite ($i = T$), en anticipation ($i = F$) ou en régulation ($i = R$), le bloc de contrôle est constitué de trois parties :

FIG. 2.9: Structure du bloc de contrôle i .

- un modèle de référence (M_i),
- un prédicteur,
- et enfin d'un contrôleur optimal (C_i).

Modèle de référence

Le modèle de référence (M_i) est une matrice constituée de filtres appliqués sur le vecteur des consignes ($w_i(t)$) afin de fournir le vecteur des trajectoires de référence désiré $r_i(t)$ nécessaire à l'entrée du bloc prédicteur.

$$r_i(t) = M_i w_i(t) \quad (2.27)$$

avec,

$$w_i(t) = [w_{1i}(t) \quad w_{2i}(t) \quad \dots \quad w_{ny_i}(t)]^T \quad (2.28)$$

$$r_i(t) = [r_{1i}(t) \quad r_{2i}(t) \quad \dots \quad r_{ny_i}(t)]^T \quad (2.29)$$

et, M_i est généralement prise sous la forme diagonale suivante :

$$M_i = \begin{bmatrix} \frac{B_{1i}(q^{-1})}{A_{1i}(q^{-1})} & & & & \\ 0 & \frac{B_{2i}(q^{-1})}{A_{2i}(q^{-1})} & & & \\ 0 & 0 & & & \\ & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{B_{ny_i}(q^{-1})}{A_{ny_i}(q^{-1})} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

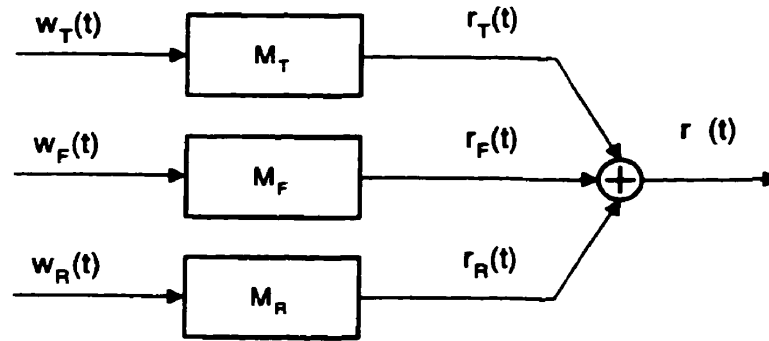


FIG. 2.10: Trajectoire de référence

où, les modèles de références sur la diagonale ont un gain statique unitaire. Si par contre la matrice M_i n'est pas sous forme diagonale, il est nécessaire que :

- les modèles de références sur la diagonale aient des gains statiques unitaires,
- les modèles de références qui ne se trouvent pas sur la diagonale aient des gains statiques nuls.

Chaque trajectoire $r_{ki}(t)$ est générée à partir d'un modèle de référence $\frac{B_{ki}(q^{-1})}{A_{ki}(q^{-1})}$ et de la consigne $w_{ki}(t)$:

$$r_{ki}(t) = \frac{B_{ki}(q^{-1})}{A_{ki}(q^{-1})} w_{ki}(t) \quad (2.31)$$

Notons que :

- en poursuite ($i = T$) : le vecteur des consignes et le modèle de référence sont notés respectivement $w_T(t)$ et M_T .
- en anticipation ($i = F$) : le vecteur des consignes et le modèle de référence sont notés respectivement $w_F(t)$ et M_F .
- en régulation ($i = R$) : le vecteur des consignes et le modèle de référence sont notés respectivement $w_R(t)$ et M_R .

Les modèles M_T , M_F et M_R sont choisis séparément par l'opérateur afin de satisfaire les exigences et les spécifications désirées, tant en poursuite, en anticipation qu'en régulation. La combinaison de trois modèles de référence, dans la structure de GlobPC, conduit au fait que le vecteur global des trajectoires de référence ($r_{\Sigma}(t)$) résulte de la

somme des vecteurs des trajectoires spécifiés en poursuite $r_T(t)$, en anticipation $r_F(t)$ et en régulation $r_R(t)$ comme illustré sur la figure (2.10).

Prédicteur

Le prédicteur s'occupe de calculer le vecteur des prédictions $R_i(t + H_i^S; t + H_i^P)$ du vecteur des trajectoires de référence $r_i(t)$ depuis un horizon de prédiction initial H_i^S jusqu'à un horizon de prédiction maximal H_i^P . En se basant sur la section précédente et en supposant connu le vecteur des consignes $w_i(t)$ et le modèle de référence M_i , le vecteur des prédictions $R_i(t + H_i^S; t + H_i^P)$ peut être facilement calculé.

Poursuite ($i = T$) :

- Le vecteur des consignes est noté $w_T(t)$ et est fixé par l'opérateur.
- Les vecteurs des consignes futures sont généralement pris égaux au vecteur des consignes courant (à moins qu'ils soient déterminés à l'avance) :

$$\bar{w}_T(t) = [w_T(t)^T \quad w_T(t)^T \quad \dots \quad w_T(t)^T]^T$$

- Des prédictions déterministes ($DP//M_T$) peuvent être calculées à partir du vecteur ($\bar{w}_T(t)$) et du modèle de référence en poursuite (M_T). Ce qui conduit au vecteur $R_T(t + H_T^S; t + H_T^P)$ nécessaire à l'entrée du contrôleur optimal C_T (le même principe de calcul que celui conduisant à l'équation (2.6)) :

$$R_T(t + H_T^S; t + H_T^P) = E_{RT} X_{RT}(t) + \bar{F}_{RT} \bar{w}_T(t)$$

Anticipation ($i = F$) :

- Le vecteur des consignes est noté $w_F(t)$ (qui n'est autre que $(-y_F(t))$, est calculé à partir de l'estimation du modèle ($G_F(q^{-1}) = G_v(q^{-1})G_\zeta(q^{-1})$).
- Pour le vecteur des consignes futures en anticipation deux choix sont possibles :
 - soit d'effectuer des prédictions stochastiques, ce qui revient à considérer les bruits futurs nuls.
 - ou de considérer les perturbations mesurables futures constantes, ce qui revient à effectuer des prédictions déterministes (qui est un cas particulier d'une prédiction stochastique d'un système intégrateur).
- Dans le premier cas, des prédictions stochastiques ($SP//(-G_F(q^{-1})M_F)$) peuvent être calculées à partir des consignes futures ($\tilde{w}_F(t)$) et du modèle (M_F). Ce qui conduit au vecteur $R_F(t + H_F^S; t + H_F^P)$ nécessaire à l'entrée du contrôleur optimal C_F (le même principe de calcul que celui conduisant à l'équation (2.17)) : $R_F(t + H_F^S; t + H_F^P) = K_F X_{RF}(t) + L_F \tilde{w}_F(t)$
- Dans le 2ième cas, des prédictions déterministes ($DP//(-G_v(q^{-1})M_F)$) peuvent être calculées à partir des consignes futures ($\tilde{w}_F(t)$) et du modèle (M_F). Ce qui conduit, encore, au vecteur $R_F(t + H_F^S; t + H_F^P)$ nécessaire à l'entrée du contrôleur optimal C_F (le même principe de calcul que celui conduisant à l'équation (2.6)) : $R_F(t + H_F^S; t + H_F^P) = E_{RF} X_{RF}(t) + \tilde{F}_{RF} \tilde{w}_F(t)$

Régulation ($i = R$) :

- Le vecteur des consignes est noté $w_R(t)$ (et n'est autre que $(-y_R(t))$ qui est égale à $(-G_\xi(q^{-1}) \xi(t))$).
- Des prédictions stochastiques ($SP//(-G_\xi(q^{-1})M_R)$) peuvent être calculées à partir du vecteur des consignes futures ($\tilde{w}_R(t)$) et du modèle (M_R). Ce qui conduit au vecteur $R_R(t + H_R^S; t + H_R^P)$ nécessaire à l'entrée du contrôleur optimal C_R (le même principe de calcul que celui conduisant à l'équation (2.17)) : $R_R(t + H_R^S; t + H_R^P) = K_R X_{RR}(t) + L_R r_R(t)$ avec $r_R(t) = -M_R y_R(t)$.

Contrôleur C_i

Les contrôleurs C_i retenus sont de nature prédictifs et se basent sur le même principe à savoir fournir un vecteur de commande optimal à horizon fuyant $u_i(t)$ au sens d'un critère quadratique à horizon étendu que nous allons définir (celui de la GlobPC). La structure et le principe utilisés par les trois contrôleurs seront détaillés plus loin dans la section (2.5).

2.4.2 Diagramme fonctionnel de la GlobPC

Le diagramme fonctionnel détaillé du principe de la commande prédictive globale est présenté à la figure (2.11).

2.5 Synthèse de la loi de commande

Selon la commande prédictive globale, le vecteur des variables manipulées ($u(t)$) est la somme des vecteurs, des actions de commande en poursuite ($u_T(t)$), en régulation ($u_R(t)$) et en anticipation ($u_F(t)$) qui sont fournies respectivement par les contrôleurs optimaux C_T , C_F et C_R . Ces derniers se basent sur le même principe à savoir calculer un vecteur de commande optimal à horizon fuyant $u_i(t)$ au sens d'un critère quadratique à horizon étendu que nous allons définir.

Dans cette partie, l'expression du critère utilisé et la structure de principe du contrôleur optimal seront présentées et l'effet des différents paramètres intervenant dans le critère sera discuté. Ensuite la minimisation du critère aboutissant au vecteur de commande ($u_i(t)$) sera développée.

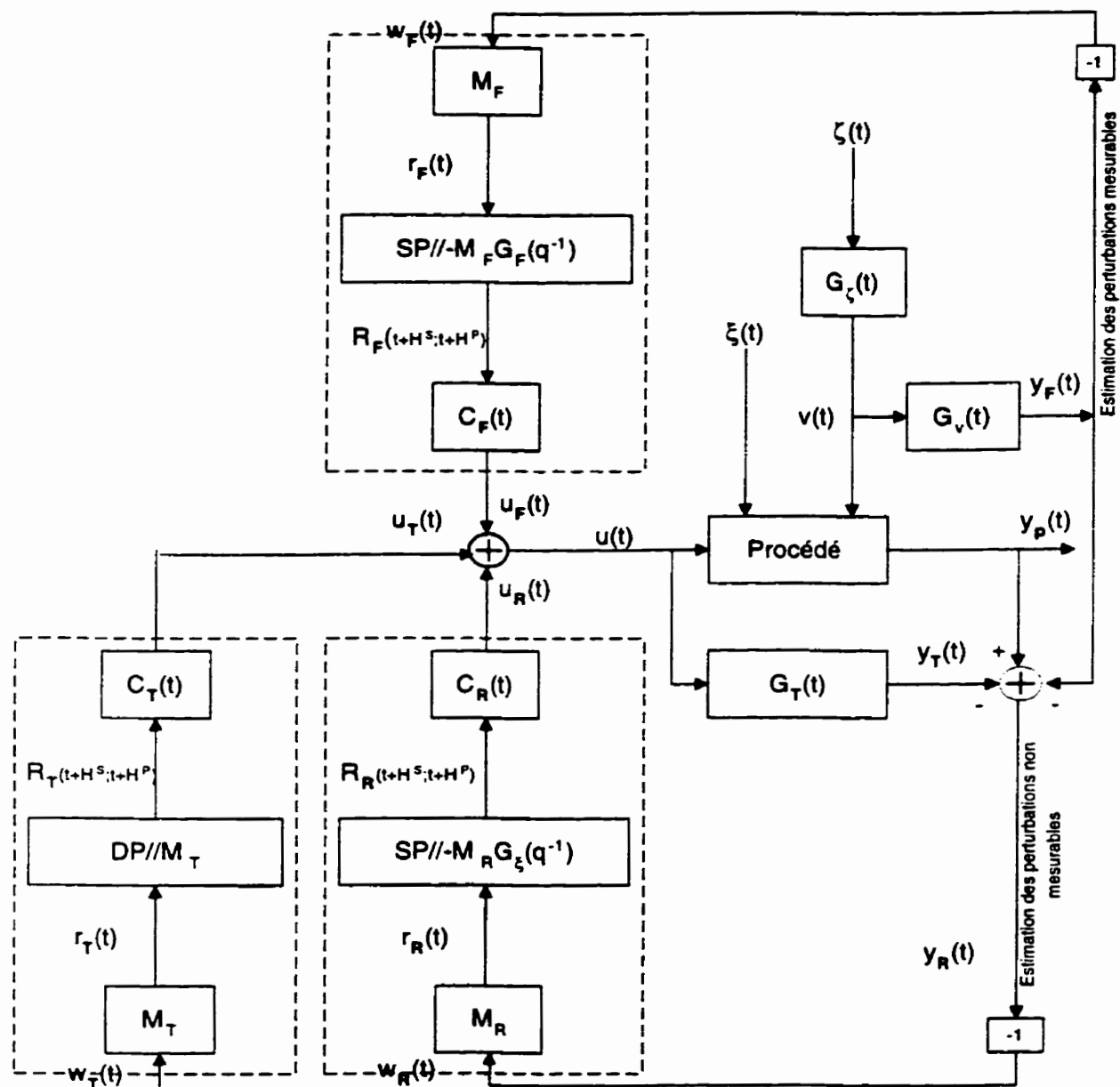


FIG. 2.11: Diagramme fonctionnel de la commande prédictive globale.

2.5.1 Critère d'optimisation

L'expression du critère est la suivante :

$$J_i = \sum_{j=H_i^S}^{H_i^P} W_i [F_i(q^{-1})(r_i(k+j) - \tilde{y}_i(k+j/k))]^2 + \sum_{j=H_i^S}^{H_i^P} \Lambda_i [Q_i(q^{-1})u_i(k+j-1)]^2 \quad (2.32)$$

Le critère est sujet à : $S^*(q^{-1})u_i(k+j) = 0$ pour $j \geq H_i^C$, avec $i = T, F$ ou R . $S^*(q^{-1})$ est un polynôme monique. H_i^S , H_i^P et H_i^C , sont, respectivement, l'horizon de prédiction initial, l'horizon de prédiction maximal et l'horizon de commande avec $H_i^S \leq H_i^C \leq H_i^P$.

$u_i(k+j-1)$ représente le vecteur des commandes $u_i(k)$ à $(j-1)$ pas dans le futur. $\tilde{y}_i(k+j/k) = [P(q^{-1})y_i(k+j)]/k$ représente la prédiction du vecteur des sorties filtrées à (j) pas dans le futur. $r_i(k+j)$ est la prédiction du vecteur des trajectoires de référence $r_i(k)$, à j pas dans le futur.

Le vecteur des trajectoires de référence est généré à partir d'une matrice M_i et du vecteur des consignes $w_i(t)$. W_i est une matrice de pondération statique du vecteur des erreurs de prédiction et Λ_i est la matrice de pondération statique du vecteur des commandes filtrées présentes et futures. $F_i(q^{-1})$ et $Q_i(q^{-1})$ représentent, respectivement, des matrices de pondérations dynamiques (des filtres) sur les erreurs et les commandes futures.

Le critère adopté, par la GlobPC, que ce soit en poursuite ($i = T$), en anticipation ($i = F$) ou en régulation ($i = R$), est le même. Il se présente sous une forme générale où intervient à la fois le vecteur des commandes filtrées à l'instant présent, les vecteurs des sorties et des commandes filtrées futures, une séquence de sorties de références et des termes de pondération aussi bien statiques que dynamiques. Il incorpore plusieurs cas particuliers de critères, déjà, utilisés dans d'autres lois de commande (résultant de l'une ou l'autre combinaisons des choix des paramètres de régulation).

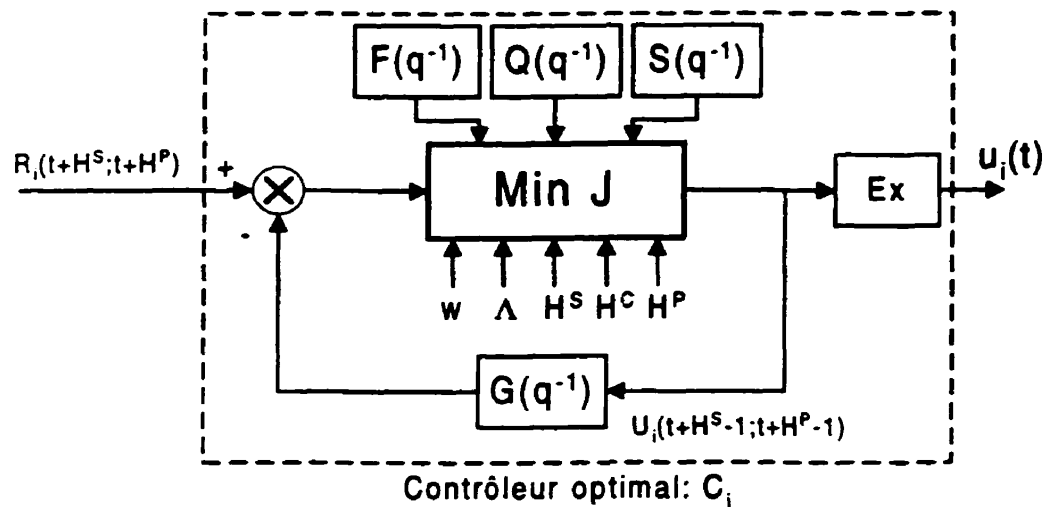


FIG. 2.12: Structure des contrôleurs.

2.5.2 Structure de principe des contrôleurs

La figure (2.12) montre la structure de principe utilisée par les trois contrôleurs : en poursuite C_T , en anticipation C_F et en régulation C_R .

2.5.3 Effet des paramètres

Les principaux paramètres intervenant dans la synthèse de la commande (GlobPC) sont très nombreux à savoir : $[H^S, H^P, H^C, P(q^{-1}), M_i, W, \Lambda, F(q^{-1}), Q(q^{-1})$ et $S^*(q^{-1})]$. Ils jouent un rôle important dans la détermination du comportement en boucle fermée. Dans cette section, nous allons illustrer l'effet de chaque paramètre de réglage sur le cas des procédés monovariabiles stables. Ce qui va permettre d'établir des règles simples, pour le choix des paramètres de réglage, afin d'obtenir les comportements désirés en boucle fermée. Pour ce qui est des procédés multivariabiles stables, l'effet des paramètres demeure le même mais les valeurs numériques des pondérations sont

relativement plus difficile à choisir (à cause des interactions).

Horizon de prédiction initial : H_i^S

L'influence de l'horizon initial sur le comportement du système en boucle fermée a été discuté par quelques chercheurs, nous citons, entre autres, (De Keyser & al 1988, Clarke & al 1987). Il ressort de leur analyse que, plus l'horizon H_i^S croît, plus le système répond lentement et que le comportement du système est très sensible aux choix de ce paramètre. En effet, Il a été démontré, notamment pour les systèmes à déphasage non minimal, qu'une faible variation de H_i^S peut entraîner une évolution des pôles du système bouclé d'une région stable et amortie vers une région instable et vice versa. L'horizon initial n'est, généralement, pas pris comme paramètre de synthèse, il est, plutôt, pris égal au retard pur d du procédé si ce retard est connu. Par contre, si le retard est inconnu ou variable, H_i^S est fixé simplement à la plus petite valeur du retard.

Dans le cas où le retard pur d du procédé est connu et que H_i^S est pris plus court que ce retard, les dimensions des matrices de prédiction augmentent inutilement et les calculs deviennent plus lourds alors que les résultats demeurent identiques au cas précédent (car quelque soit la commande fournie, le système ne peut répondre en un instant t inférieur à d).

Horizon de prédiction final : H^P

L'horizon de prédiction final est un paramètre de réglage important dont la variation affecte directement la dynamique du procédé en boucle fermée. Plus l'horizon de prédiction est long et plus la dynamique est lente favorisant la douceur du signal de commande.

- Cas d'un procédé stable à déphasage minimal : Lorsque tous les filtres figurant sur le critère sont égaux à l'unité, la pondération sur la commande est nulle, $H^S = d$ et $H^C = 1$ (un seul changement de commande) :
 - si $H^P = d$, alors on obtient une réponse pile.

- plus H^P augmente, plus lente est la dynamique de réponse en boucle fermée et plus robuste est le système de commande.
- lorsque H^P tend vers l'infini, la réponse du système en boucle fermée tend vers celle de la boucle ouverte (les pôles en boucle fermée tendent vers les pôles du procédé en boucle ouverte).

Lorsque le modèle de référence et le filtre de sortie sont égaux à l'unité, la pondération sur la commande est différente de zéro, $H^S = d$ et $H^C = H^P$, alors à partir d'une certaine valeur de $H^P = H^{P^*}$, suffisamment grande, le régulateur ne dépend plus du paramètre H^P . La dynamique engendrée par le critère reste la même pour tous $H^P \geq H^{P^*}$ (les pôles n'évoluent plus). Et, à ce moment là, le régulateur à horizon fini est le même que dans le cas d'un horizon infini.

- Cas d'un procédé stable à déphasage non minimal : Dans ce cas l'horizon de prédiction doit être assez long pour "voir" au delà du départ malin, permettant ainsi de prendre en considération toute la partie montante de la sortie dans le critère. La longueur minimale requise peut être déduite à partir des équations en boucle fermée (McIntosh & al 1991, Sawadogo 1992).

Horizon de commande : H_i^C

Contrairement à quelques conceptions passées, au lieu de laisser libres toutes les actions de commandes futures, un horizon de commande est choisi après lequel une contrainte est respectée :

$$S^*(q^{-1}) u_i(t + j) = 0$$

Le choix de cet horizon de commande affecte directement la nature du signal de commande fourni. S'il est court la loi de commande fournit un contrôle doux et peu actif. Dans le cas contraire la commande résultante est à la fois brusque et active (rapide dans ses réponses dynamiques).

Dans le cas où $S^*(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$, l'introduction de l'horizon de commande dans le critère est équivalent à mettre un poids infini sur les variations des commandes futures ($(1 - q^{-1}) u_i(t + j)$) après l'horizon de contrôle.

Le choix de H_i^C dépend principalement du système à commander. Plus le système sera complexe, plus H_i^C doit être élevé. Pour la majorité des procédés industriels, un choix typique et satisfaisant de l'horizon de commande est $H_i^C = 1$ ce qui permet des performances raisonnables. Pour d'autres procédés plus complexes où les performances exigées sont plus élevées, l'action de commande doit changer de signe fréquemment et donc un horizon de contrôle élevé sera préférable. Il est bien connu dans la littérature (Desbiens 1995, McIntosh 1988) qu'un système d'ordre n a besoin de n différentes valeurs de contrôle pour l'amener à la valeur souhaitée (réponse pile).

Notons qu'avec cette supposition faite pour les actions de contrôle futures, même si la pondération statique sur les commandes est nulle, et que le procédé est à déphasage non minimal le système contrôlé en boucle fermée reste stable. D'un autre côté, la longueur de H_i^C doit être choisie la plus courte possible, car elle est directement reliée au volume de calcul impliqué pour le calcul de la commande.

Matrice des modèles de référence M_i

La matrice des modèles de référence permet d'appliquer les consignes suivant les dynamiques désirées. Ce qui revient à modifier les consignes avant de les appliquer (que ce soit par placement de pôles ou de zéros).

Filtres sur les sorties : $P(q^{-1})$

$P_i(q^{-1})$ est une matrice de pondérations dynamiques (des filtres) sur les sorties qui permettent de régler, plutôt, les sorties filtrées. L'expression de cette matrice est donnée comme suit :

$$P_i(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{P_{11}^{ni}(q^{-1})}{P_{11}^{di}(q^{-1})} & & \dots & & \\ \frac{P_{21}^{ni}(q^{-1})}{P_{21}^{di}(q^{-1})} & \frac{P_{22}^{ni}(q^{-1})}{P_{22}^{di}(q^{-1})} & & & \\ \dots & \dots & \dots & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{P_{nyny}^{ni}(q^{-1})}{P_{nyny}^{di}(q^{-1})} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Pour assurer des erreurs statiques nulles : les filtres sur la diagonale doivent être à gains statiques unitaires et les autres à gains statiques nuls. L'intérêt de ces filtres est de générer certaines dynamiques recherchées (McIntosh 1988). Ils sont utilisés aussi (Desbiens 1995) pour éliminer certains dépassements indésirables. Dans ce cas la structure des filtres peut être comme suit :

$$\frac{P_{ij}^{ni}(q^{-1})}{P_{ij}^{di}(q^{-1})} = \frac{1 - \beta_p q^{-1}}{1 - \beta_p} \quad (2.34)$$

où β_p est un scalaire positif inférieur à l'unité.

Avec des filtres passe haut, les hautes fréquences sont fortement pondérées dans le critère. La minimisation de ce dernier permet de pénaliser les hautes fréquences.

Filtres sur les erreurs : $F(q^{-1})$

$F_i(q^{-1})$ est aussi une matrice de pondérations dynamiques (des filtres) introduisant un effet de filtrage sur les erreurs futures des sorties contribuant ainsi à améliorer la robustesse des commandes. L'expression de la matrice est donnée comme suit :

$$F_i(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{F_{11}^{ni}(q^{-1})}{F_{11}^{di}(q^{-1})} & & & \dots & \\ \frac{F_{21}^{ni}(q^{-1})}{F_{21}^{di}(q^{-1})} & \frac{F_{22}^{ni}(q^{-1})}{F_{22}^{di}(q^{-1})} & & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{F_{nyny}^{ni}(q^{-1})}{F_{nyny}^{di}(q^{-1})} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Pondération statique sur le vecteur des erreurs

W_i est une matrice de pondérations statiques sur les erreurs futures :

$$W_i = \begin{bmatrix} w_i^{11} & w_i^{12} & & & \\ w_i^{21} & w_i^{22} & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & w_i^{nyny} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Plus ces pondérations statiques sont élevées et plus les termes des erreurs futures sont considérés lors de la minimisation du critère.

Pondération sur la commande

Il existe deux types de pondération statique (Λ_i) et dynamique ($Q_i(q^{-1})$).

La pondération statique Λ_i : C'est une matrice de pondération sur les commandes filtrées (présentes et futures) :

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \lambda_i^{11} & \lambda_i^{12} & & & \\ \lambda_i^{21} & \lambda_i^{22} & & & \\ & & \dots & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \lambda_i^{nunu} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Le choix de ces paramètres modifie les dynamiques en boucle fermée. Plus les λ_{ii} sont élevées et plus les commandes optimales fournies sont douces. Si les λ_{ii} sont nulles, la minimisation du critère est effectuée sans tenir compte des mouvements des commandes.

La pondération dynamique $Q_i(q^{-1})$: C'est, généralement, une matrice diagonale de pondérations dynamiques (des filtres) sur les commandes futures, dont L'expression est comme suit :

$$Q_i(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{Q_{i1}^n(q^{-1})}{Q_{i1}^d(q^{-1})} & & & & \\ 0 & \frac{Q_{i2}^n(q^{-1})}{Q_{i2}^d(q^{-1})} & & & \\ 0 & 0 & & & \\ & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{Q_{in}^n(q^{-1})}{Q_{in}^d(q^{-1})} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Les filtres utilisés sont, généralement, des passes haut permettant de pénaliser les hautes fréquences (ce qui permet de pénaliser les premières variations des actions de commandes constituant le vecteur global $u(t)$).

2.5.4 Introduction de la contrainte dans le critère

Le critère de l'équation (2.32) peut aussi s'écrire sous forme matricielle comme indiqué ci-dessous :

$$J_i = \epsilon_i(t)^T W_i \epsilon_i(t) + \tilde{u}'_i(t)^T \Lambda_i \tilde{u}'_i(t) \quad (2.39)$$

où,

$$\epsilon_i(t) = \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_i(t+1) \\ \dots \\ \dots \\ e_i(t+H^p-1) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$\epsilon_i(t)$ représente le vecteur des prédictions du vecteur des erreurs $e_i(t)$ défini comme suit :

$$e_i(t) = F(q^{-1}) (r(t) - \tilde{y}(t))$$

et,

$$\tilde{u}'_i(t) = \begin{bmatrix} u'_i(t) \\ u'_i(t+1) \\ \dots \\ \dots \\ u'_i(t+H^p-1) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$\tilde{u}'_i(t)$ représente le vecteur des prédictions du vecteur des commandes filtrées défini comme suit :

$$u'(t) = Q(q^{-1}) u(t) \quad (2.42)$$

Quelque soit l'indice i , le critère est fonction plutôt du vecteur des commandes pondérées dont la représentation d'état est donnée par :

$$X_{Q_i}(t+1) = A_{Q_i} X_{Q_i}(t) + B_{Q_i} u_i(t) \quad (2.43)$$

$$u'_i(t) = C_{Q_i} X_{Q_i}(t) + D_{Q_i} u_i(t) \quad (2.44)$$

Connaissant les états reliant les vecteurs déterministes $u'(t)$ et $u(t)$ et en s'inspirant de la section (2.2.1), nous pouvons facilement exprimer le vecteur $\tilde{u}'(t)$ en fonction du vecteur $\tilde{u}(t)$ (qui est un vecteur de signaux déterministes déjà défini dans l'équation (2.7)) :

$$\tilde{u}'_i(t) = N_i X_{Q_i}(t) + \bar{M}_i \tilde{u}_i(t) \quad (2.45)$$

En considérant la contrainte dans le critère, l'expression de ce dernier est sujet à des modifications (Desbiens & al 2000).

Contrainte générale : Selon la loi de commande GlobPC, la variable manipulée est soumise à une certaine contrainte future de type :

$$S^*(q^{-1}) u(t+j) = 0, \quad j \geq H_i^C$$

Comme $S^*(q^{-1})$ est un polynôme monique, il peut s'écrire sous la forme :

$$S^*(q^{-1}) = 1 - s_1 q^{-1} - s_2 q^{-2} - \dots - s_p q^{-p} \quad (2.46)$$

$$= 1 - S(q^{-1}) \quad (2.47)$$

La contrainte devient pour ($j \geq H^C$) :

$$[1 - S(q^{-1})] u(t+j) = 0 \quad (2.48)$$

D'où,

$$u(t+j) = S(q^{-1}) u(t+j) \quad (2.49)$$

Or l'équation (2.49) peut être représentée par les équations d'états suivantes :

$$\begin{bmatrix} X_1(t+1) \\ X_2(t+1) \\ \vdots \\ X_p(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & & \ddots \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_p \end{bmatrix} u(t) \quad (2.50)$$

et.

$$u(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_p(t) \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

que l'on peut encore écrire :

$$\underline{X}(t+1) = A \underline{X}(t) + B u(t) \quad (2.52)$$

$$u(t) = C \underline{X}(t) \quad (2.53)$$

En remplaçant l'équation (2.53) dans (2.52), nous obtenons

$$\underline{X}(t+1) = [A + BC] \underline{X}(t) \quad (2.54)$$

Le but de ces manipulations est d'exprimer le vecteur $\ddot{u}(t)$:

$$\ddot{u}(t) = [u(t + H^C) \quad u(t + H^C + 1) \quad \dots \quad u(t + H^C - 1)]^T$$

en fonction des $u(t + k)$ avec $k \leq (H^C - 1)$.

À partir des équations (2.53) et (2.54), le vecteur $\ddot{u}(t)$ peut s'écrire en fonction des matrice A , B , C et des états $\underline{X}(t + H^C)$:

$$\begin{aligned} u(t + H^C) &= C \underline{X}(t + H^C) \\ u(t + H^C + 1) &= C \underline{X}(t + H^C + 1) \\ &= C[A + BC] \underline{X}(t + H^C) \\ u(t + H^C + 2) &= C \underline{X}(t + H^C + 2) \\ &= C[A + BC] \underline{X}(t + H^C + 1) \\ &= C[A + BC] [A + BC] \underline{X}(t + H^C) \\ &= C[A + BC]^2 \underline{X}(t + H^C) \\ u(t + H^C + j) &= C [A + BC]^j \underline{X}(t + H^C) \end{aligned}$$

D'où,

$$\begin{bmatrix} u(t + H^C) \\ u(t + H^C + 1) \\ \vdots \\ u(t + H^p - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ C[A + BC] \\ \vdots \\ C[A + BC]^{H^p - H^C - 1} \end{bmatrix} \underline{X}(t + H^C)$$

Ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\ddot{u}(t) = V_s \underline{X}(t + H^C) \quad (2.55)$$

Il reste à exprimer $\underline{X}(t + H^C)$ en fonction du vecteur $\vec{u}(t)$.

$$\underline{X}(t + H^C) = [X_1(t + H^C) \ X_2(t + H^C) \ \dots \ X_p(t + H^C)]^T \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} X_p(t + H^C) &= s_p u(t + H^C - 1) \\ X_{p-1}(t + H^C) &= X_p(t + H^C - 1) + s_{p-1} u(t + H^C - 1) \\ &= s_p u(t + H^C - 2) + s_{p-1} u(t + H^C - 1) \\ X_{p-2}(t + H^C) &= X_{p-1}(t + H^C - 1) + s_{p-2} u(t + H^C - 1) \\ &= s_p u(t + H^C - 3) + s_{p-1} u(t + H^C - 2) + s_{p-2} u(t + H^C - 1) \\ &\vdots \\ X_1(t + H^C) &= s_p u(t + H^C - p) + s_{p-1} u(t + H^C - p + 1) + \dots + s_1 u(t + H^C - 1) \end{aligned}$$

Ces dernières équations peuvent s'écrire sous la forme matricielle ci-dessous :

$$\underline{X}(t + H^C) = \begin{bmatrix} s_p I & s_{p-1} I & & \dots & s_2 I & s_1 I \\ 0 & s_p I & s_{p-1} I & & \dots & s_2 I \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 0 & s_p I & s_{p-1} I \\ 0 & & \dots & 0 & 0 & s_p I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t + H^C - p) \\ u(t + H^C - p + 1) \\ \vdots \\ u(t + H^C - 1) \end{bmatrix}$$

Deux cas sont à considérer :

1. Cas où ($H^C \geq p$) : Posant $d = H^C - p$ avec $d \geq 0$ puisque $H^C \geq p$. Il est, alors, possible d'écrire l'équation (2.56) comme indiqué ci-dessous :

$$\underline{X}(t + H^C) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & s_p I & s_{p-1} I & \dots & s_2 I & s_1 I \\ 0 & \dots & 0 & 0 & s_p I & s_{p-1} I & \dots & s_2 I \\ 0 & \dots & 0 & & & & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & & & & & \dots \\ 0 & \dots & 0 & & & & & \dots \\ 0 & \dots & 0 & & & & 0 & s_p I & s_{p-1} I \\ 0 & \dots & 0 & 0 & & \dots & 0 & 0 & s_p I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+d) \\ u(t+d-1) \\ \vdots \\ u(t) \\ \vdots \\ u(t+H^C-1) \end{bmatrix}$$

Ce qui permet d'aboutir à la relation recherchée à savoir :

$$\underline{X}(t + H^C) = V_p \bar{u}(t) \quad (2.57)$$

À partir des équations (2.55) et (2.57) l'équation reliant $\ddot{u}(t)$ et $\bar{u}(t)$ est :

$$\ddot{u}(t) = V_s V_p \bar{u}(t) = V \bar{u}(t) \quad (2.58)$$

Il était question d'exprimer $\bar{u}'_i(t)$ en fonction $\bar{u}_i(t)$ afin d'écrire l'équation (2.39) en fonction de ce dernier vecteur seulement.

Sachant que :

$$\bar{u}'_i(t) = \begin{bmatrix} \bar{u}_i(t) \\ \ddot{u}_i(t) \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

et à partir de l'équation (2.58), $\bar{u}'_i(t)$ peut s'écrire :

$$\bar{u}'_i(t) = N_i \bar{u}_i(t) \quad (2.60)$$

Le fait de remplacer dans l'équation (2.45) $\bar{u}_i(t)$ par son expression de l'équation (2.60), donne lieu à l'équation suivante :

$$\bar{u}'_i(t) = N_i X_{Q_i}(t) + M_i \bar{u}_i(t) \quad (2.61)$$

Avec $M_i = \bar{M}_i N_i$

Cette nouvelle expression de $\bar{u}'_i(t)$ permet d'introduire les conséquences de la contrainte dans le critère tout en réduisant les dimensions des matrices de prédiction lors du calcul des actions de commande.

2. Cas où $H^C \leq p$: Dans ce cas $\underline{X}(t + H^C)$ peut s'écrire :

$$\underline{X}(t + H^C) = \begin{bmatrix} s_p I & s_{p-1} I & & \dots & s_2 I & s_1 I \\ 0 & s_p I & s_{p-1} I & & \dots & s_2 I \\ & & & & \cdot & \cdot \\ & & & & \cdot & \cdot \\ & & & & \cdot & \cdot \\ & & & & 0 & s_p I & s_{p-1} I \\ & 0 & & \dots & 0 & 0 & s_p I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t + H^C - p) \\ \cdot \\ \cdot \\ u(t - 1) \\ u(t) \\ u(t + 1) \\ \cdot \\ u(t + H^C - 1) \end{bmatrix}$$

qui peut être exprimée en fonction de deux termes :

$$\underline{X}(t + H^C) = V_{p1} \begin{bmatrix} u(t + H^C - p) \\ \cdot \\ \cdot \\ u(t - 1) \end{bmatrix} + V_{p2} \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t + 1) \\ \cdot \\ u(t + H^C - 1) \end{bmatrix}$$

Étant donné que le premier terme est complètement connu, il est facile d'exprimer $\tilde{u}(t)$ en fonction de $\vec{u}(t)$ et c'était l'objectif recherché.

Contrainte particulière : Le cas le plus fréquent est de considérer que les variations de la commande sont nulles après l'horizon de commande (ie : $\Delta u(t + j) = 0$ pour $j \geq H^c$ avec $\Delta = 1 - q^{-1}$) ce qui conduit au cas particulier suivant :

$$S^*(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \text{ pour } j \geq H^C$$

L'effet de cette contrainte se traduit par le fait que l'action de commande garde la même valeur après l'horizon de commande. Ce qui engendre les transformations développées ci-dessous sur $\tilde{M}_i \tilde{u}_i$:

$$\begin{aligned}
\bar{M}_i \bar{u}_i &= \begin{bmatrix} D_{Qi} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C_{Qi}B_{Qi} & D_{Qi} & 0 & \dots & 0 \\ C_{Qi}A_{Qi}B_{Qi} & C_{Qi}B_{Qi} & D_{Qi} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{Qi}A_{Qi}^{H^P-2}B_{Qi} & \dots & \dots & \dots & \dots & D_{Qi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i(t) \\ u_i(t+1) \\ \vdots \\ u_i(t+H^C-1) \\ u_i(t+H^C-1) \\ \vdots \\ u_i(t+H^C-1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} D_{Qi} & 0 & \dots & \sum_{1i} \\ C_{Qi}B_{Qi} & D_{Qi} & \dots & \sum_{2i} \\ C_{Qi}A_{Qi}B_{Qi} & C_{Qi}B_{Qi} & D_{Qi} & \sum_{3i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{Qi}A_{Qi}^{H^P-2}B_{Qi} & \dots & \dots & \sum_{li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i(t) \\ u_i(t+1) \\ \vdots \\ u_i(t+H^C-1) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Chaque \sum_{ji} représente la somme de tous les éléments de la même ligne à partir de la colonne considérée. Cette dernière équation peut encore s'écrire sous une forme plus condensée comme indiqué ci-dessous :

$$\bar{M}_i(t) \bar{u}_i(t) = M_i \bar{u}_i(t) \quad (2.62)$$

Les premières $(H^C - 1)$ colonnes de chaque ligne de la matrice ne sont pas modifiées, par contre pour les autres (nu) colonnes qui suivent c'est la somme de tous les éléments de la matrice de la même ligne. Ceci permet de modifier l'équation (2.45) pour obtenir l'équation suivante :

$$\bar{u}'_i(t) = N_i X_{Qi}(t) + M_i \bar{u}_i(t) \quad (2.63)$$

La mise en considération de l'hypothèse faite sur les actions des commandes futures à savoir : $\Delta u_i(t+j) = 0$ pour $j \geq H^C$ conduit à la transformation de la matrice \bar{M}_i en M_i de dimension plus réduite $(H^P.n$ par $H^C.m)$. En conséquence le volume de calcul numérique se réduit lors du calcul du vecteur $\bar{u}'_i(t)$.

Introduction de la contrainte : En introduisant la contrainte et en remplaçant chaque terme par son expression le critère peut s'écrire sous la forme condensée de

l'équation ci-dessous :

$$J_i = [\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}(t)]^T W_i [\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}(t)] + [\Phi_i + \Omega_i \bar{u}(t)]^T \Lambda_i [\Phi_i + \Omega_i \bar{u}(t)] \quad (2.64)$$

Les expressions de Γ_i , Θ_i , Φ_i et Ω_i , selon l'indice i , en poursuite, en anticipation et en régulation sont données au tableau ci-dessous :

	Poursuite (J_T)	Anticipation (J_F)	Régulation (J_R)
Γ	$R_T(H^S; H^P) - E_{YT}X_{YT}$	$R_F(H^S; H^P) - E_{YF}X_{YF}$	$R_R(H^S; H^P) - E_{YR}X_{YR}$
Θ	F_{YT}	F_{YF}	F_{YR}
Φ	$N_T X_{QT}(t)$	$N_T X_{QF}(t)$	$N_T X_{QR}(t)$
Ω	M_T	M_F	M_R

2.5.5 Minimisation du critère

Obtenir le minimum de chaque critère J_i en fonction de la variable $\bar{u}_i(t)$, revient à résoudre le système résultant de la dérivée de J_i par rapport à $\bar{u}_i(t)$ qui est égal au vecteur nul comme développé ci-dessous :

$$\begin{aligned}
\frac{d(J_i)}{d(\bar{u}_i(t))} &= \frac{d([\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}_i(t)]^T W_i [\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}_i(t)] + [\Phi_i + \Omega_i \bar{u}_i(t)]^T \Lambda_i [\Phi_i + \Omega_i \bar{u}_i(t)])}{d(\bar{u}_i(t))} \\
&= \frac{d([\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}_i(t)]^T W_i [\Gamma_i + \Theta_i \bar{u}_i(t)])}{d(\bar{u}_i(t))} + \frac{d([\Phi_i + \Omega_i \bar{u}_i(t)]^T \Lambda_i [\Phi_i + \Omega_i \bar{u}_i(t)])}{d(\bar{u}_i(t))} \\
&= \frac{d([\Gamma_i^T W_i \Gamma_i + \Gamma_i^T W_i \Theta_i \bar{u}_i(t) + (\Theta_i \bar{u}_i(t))^T W_i \Gamma_i + (\Theta_i \bar{u}_i(t))^T W_i \Theta_i \bar{u}_i(t)])}{d(\bar{u}_i(t))} \\
&+ \frac{d([\Phi_i^T \Lambda_i \Phi_i + \Phi_i^T \Lambda_i \Omega_i \bar{u}_i(t) + (\Omega_i \bar{u}_i(t))^T \Lambda_i \Phi_i + (\Omega_i \bar{u}_i(t))^T \Lambda_i \Omega_i \bar{u}_i(t)])}{d(\bar{u}_i(t))} \\
&= 2[\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i] \bar{u}_i(t) + 2[\Theta^T W_i \Gamma_i + \Omega_i^T \Lambda_i \Phi_i]
\end{aligned}$$

Le système à résoudre est le suivant :

$$\frac{d(J_i)}{d(\bar{u}_i(t))} = \underline{0}$$

Ce qui conduit à :

$$2[\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i] \bar{u}_i(t) + 2[\Theta^T W_i \Gamma_i + \Omega_i^T \Lambda_i \Phi_i] = \underline{0} \quad (2.65)$$

Si la matrice $[\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i]$ est inversible, alors le système donne lieu au vecteur $\bar{u}_i(t)$ optimal au sens du critère J_i retenu par la GlobPC :

$$\bar{u}_i(t) = -[\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i]^{-1} [\Theta^T W_i \Gamma_i + \Omega_i^T \Lambda_i \Phi_i] \quad (2.66)$$

Pour vérifier qu'il s'agit du vecteur minimisant le critère, il faut calculer la seconde dérivée de J_i par rapport à $\bar{u}_i(t)$:

$$\frac{d^2(J_i)}{d(\bar{u}_i(t))^2} = \frac{d^2([\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i] \bar{u}_i(t))}{d(\bar{u}_i(t))^2} \quad (2.67)$$

$$= [\Theta^T W_i \Theta + \Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i]^T \quad (2.68)$$

$$= [\Theta^T W_i \Theta]^T + [\Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i]^T \quad (2.69)$$

$$= [\Theta^T W_i \Theta] + [\Omega_i^T \Lambda_i \Omega_i] \quad (2.70)$$

La dérivée seconde conduit à la somme de deux matrices définies positives ou nulles par construction. Ce qui montre que c'est bien le minimum recherché (s'il existe).

2.5.6 La loi de commande

La minimisation de chaque critère J_i par rapport au vecteur $\bar{u}_i(t)$ donne lieu à un vecteur dont le premier élément est la valeur de l'action de commande $u_i(t)$ optimale à l'instant considéré. L'action de commande globale est donnée par l'équation (2.71) :

$$u(t) = u_T(t) + u_F(t) + u_R(t) \quad (2.71)$$

2.6 Équations d'état des contrôleurs

Afin d'analyser théoriquement les structures en boucle fermée pour les trois blocs de contrôle, il est question de déterminer les équations d'état caractéristiques des contrôleurs en poursuite, en anticipation et en régulation. Aussi, la connaissance de ces équations sera utile pour le chapitre suivant, notamment la section qui porte sur la GlobPC avec découplage optimal simple.

2.6.1 Contrôleur en poursuite

Les équations d'états du contrôleur en poursuite sont données par :

$$X_{CT}(t+1) = A_{CT} X_{CT}(t) + B_{CT} \bar{w}_T(t) \quad (2.72)$$

$$u_T(t) = C_{CT} X_{CT}(t) + D_{CT} \bar{w}_T(t) \quad (2.73)$$

À partir des équations suivantes :

$$\begin{aligned} R_T(t + H^S; t + H^P) &= E_{RT} X_{RT}(t) + \bar{F}_{RT} \bar{w}_T(t) \\ \bar{u}_T(t) &= H[F_{YT}^T W_T (R_T(t + H^S; t + H^P) \\ &\quad - E_{YT} X_{YT}(t) - M_T^T \Lambda_T N_T X_{QT}(t))] \end{aligned}$$

où,

$$H = (F_{YT}^T W_T F_{YT} + M_T^T \Lambda_T M_T)^{-1} \quad (2.74)$$

le vecteur des commandes présentes et futures peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \bar{u}_T(t) = -H \begin{bmatrix} -F_{YT}^T W_T E_{RT} & F_{YT}^T W_T E_{YT} & M_T^T \Lambda_T N_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{RT}(t) \\ X_{YT}(t) \\ X_{QT}(t) \end{bmatrix} \\ + H F_{YT}^T W_T \bar{F}_{RT} \bar{w}_T(t) \end{aligned} \quad (2.75)$$

En posant :

$$\begin{aligned} C &= -H \begin{bmatrix} -F_{YT}^T W_T E_{RT} & F_{YT}^T W_T E_{YT} & M_T^T \Lambda_T N_T \end{bmatrix} \\ D &= H F_{YT}^T W_T \bar{F}_{RT} \\ X_{CT}(t) &= [X_{RT}(t) \quad X_{YT}(t) \quad X_{QT}(t)]^T \end{aligned}$$

le vecteur des commandes présentes et futures devient :

$$\bar{u}_T(t) = C X_{CT}(t) + D \bar{w}_T(t) \quad (2.76)$$

D'où l'expression de l'action de commande :

$$u_T(t) = C_{CT} X_{CT}(t) + D_{CT} \bar{w}_T(t) \quad (2.77)$$

où C_{CT} et D_{CT} sont, respectivement, les premières (nu) lignes de C et D .

Il reste à déterminer les matrices A_{CT} et B_{CT} du contrôleur en fonction des autres matrices d'états C_{CT} et D_{CT} du contrôleur en poursuite.

Pour ce faire les états $X_{CT}(t+1)$ peuvent s'exprimer en fonction de $X_{CT}(t)$ et $\bar{w}_T(t)$:

$$X_{RT}(t+1) = A_{RT} X_{RT}(t) + B_{RT} w_T(t) \quad (2.78)$$

Nous pouvons aussi écrire l'équation (2.78) comme ci-dessous :

$$X_{RT}(t+1) = A_{RT} X_{RT}(t) + [B_{RT} \quad 0 \quad 0 \quad \dots] \bar{w}_T(t) \quad (2.79)$$

d'où,

$$\begin{aligned} X_{RT}(t+1) &= A_{RT} X_{RT}(t) + B'_{RT} \bar{w}_T(t) \\ &= [A_{RT} \quad 0 \quad 0] X_{CT}(t) + B'_{RT} \bar{w}_T(t) \\ &= A'_{RT} X_{CT}(t) + B'_{RT} \bar{w}_T(t) \end{aligned}$$

d'un autre côté :

$$\begin{aligned}
 X_{YT}(t+1) &= A_{YT} X_{YT}(t) + B_{YT} u_T(t) \\
 &= A_{YT} X_{YT}(t) + B_{YT} C_{CT} X_{CT}(t) + B_{YT} D_{CT} \bar{w}_T(t) \\
 &= A'_{YT} X_{CT}(t) + B'_{YT} \bar{w}_T(t)
 \end{aligned}$$

avec

$$A'_{YT} = [0 \quad A_{YT} \quad 0] + B_{YT} C_{CT} \quad (2.80)$$

Et,

$$B'_{YT} = B_{YT} D_{CT} \quad (2.81)$$

d'un autre côté :

$$\begin{aligned}
 X_{QT}(t+1) &= A_{QT} X_{QT}(t) + B_{QT} u_T(t) \\
 &= A_{QT} X_{QT}(t) + B_{QT} C_{CT} X_{CT}(t) + B_{QT} D_{CT} \bar{w}_T(t) \\
 &= A'_{QT} X_{CT}(t) + B'_{QT} \bar{w}_T(t)
 \end{aligned}$$

avec,

$$A'_{QT} = [0 \quad 0 \quad A_{QT}] + B_{QT} C_{CT} \quad (2.82)$$

et,

$$B'_{QT} = B_{QT} D_{CT} \quad (2.83)$$

D'où,

$$\begin{bmatrix} X_{RT}(t+1) \\ X_{YT}(t+1) \\ X_{QT}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{RT} \\ A'_{YT} \\ A'_{QT} \end{bmatrix} X_{CT}(t) + \begin{bmatrix} B'_{RT} \\ B'_{YT} \\ B'_{QT} \end{bmatrix} \bar{w}_T(t)$$

En posant :

$$A_{CT} = \begin{bmatrix} A'_{RT} \\ A'_{YT} \\ A'_{QT} \end{bmatrix} \text{ et } B_{CT} = \begin{bmatrix} B'_{RT} \\ B'_{YT} \\ B'_{QT} \end{bmatrix}$$

On en déduit :

$$X_{CT}(t+1) = A_{CT}X_{CT}(t) + B_{CT}\tilde{w}_T(t)$$

A_{CT} , B_{CT} , C_{CT} , D_{CT} , constituent les matrices d'états recherchées du contrôleur en poursuite.

Notons que, les zéros impliqués dans les calculs sont plutôt des matrices de zéros dont les dimensions dépendent des états et des matrices impliquées.

2.6.2 Contrôleur en anticipation

Les équations d'états du contrôleur en anticipation sont données par :

$$\begin{aligned} X_{CF}(t+1) &= A_{CF}X_{CF}(t) + B_{CF}\tilde{w}_F \\ u_F(t) &= C_{CF}X_{CF}(t) + D_{CF}\tilde{w}_F(t) \end{aligned}$$

où les états et les matrices du contrôleur en anticipation se déduisent de la même façon que celles du contrôleur en poursuite.

2.6.3 Contrôleur en régulation

Les équations d'états du contrôleur en régulation sont données par :

$$\begin{aligned} X_{CR}(t+1) &= A_{CR}X_{CR}(t) + B_{CR}\tilde{w}_R \\ u_R(t) &= C_{CR}X_{CR}(t) + D_{CR}\tilde{w}_R(t) \end{aligned}$$

où les états et les matrices du contrôleur en régulation se déduisent de la même façon que celles du contrôleur en poursuite.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les caractéristiques structurelles et la méthode de synthèse de la commande prédictive globale (GlobPC). La force de cette loi réside

dans l'utilisation de trois modèles de référence et trois critères quadratiques d'optimisation indépendants, donnant lieu à trois modes de contrôle indépendants.

L'accent est particulièrement mis sur le traitement séparé des prédictions stochastique et déterministe ainsi que sur l'obtention des dynamiques désirées que ce soit en poursuite, en anticipation et (ou) en régulation.

Le calcul des équations d'état des contrôleurs (en poursuite, en anticipation et en régulation) a conduit à des équations caractéristiques en boucle fermée s'exprimant de manière complexe en fonction des paramètres de synthèse ce qui n'a pas permis l'analyse des structures en boucle fermée.

L'utilisation de la représentation d'état, rend l'algorithme de la GlobPC valable aussi bien pour les systèmes monovariables que ceux multivariables stables.

Étant donnée la complexité des équations d'état des blocs de contrôle de la GlobPC (en fonction des paramètres de synthèse), l'analyse théorique des structures en boucle fermée n'a pas été étudiée.

Chapitre 3

Commande prédictive globale à critères décentralisés

3.1 Introduction

La commande prédictive globale, telle que décrite dans le chapitre précédent, est conçue théoriquement pour des procédés monovariables et multivariables stables. Elle utilise trois contrôleurs indépendants qui se basent sur la théorie de contrôle multivariable. Les paramètres de réglage qu'offre cette loi de commande sont nombreux et l'effet de chacun, individuellement, est prévisible sur un procédé monovariable. Cependant, et malgré la force de la GlobPC, le réglage des procédés multivariables n'est pas toujours évident. Le choix de l'horizon de prédiction, des matrices de pondération et des contraintes sur les actions des commandes futures sur un critère multivariable n'est pas toujours facile.

Dans le but de faciliter davantage le réglage, d'autres méthodes de design multivariable à critères décentralisés seront présentées dans ce chapitre. Ces dernières consistent d'abord à supposer que le système global est un ensemble de sous-systèmes relativement plus simples et en interaction les uns avec les autres comme indiqué à la figure (3.1). Ce qui revient à remplacer la structure du modèle global par une structure décomposée du modèle du procédé comme illustré à la figure (3.2). Ensuite la solution globale de contrôle utilise plusieurs régulateurs scalaires de type GlobPC. Chacun se

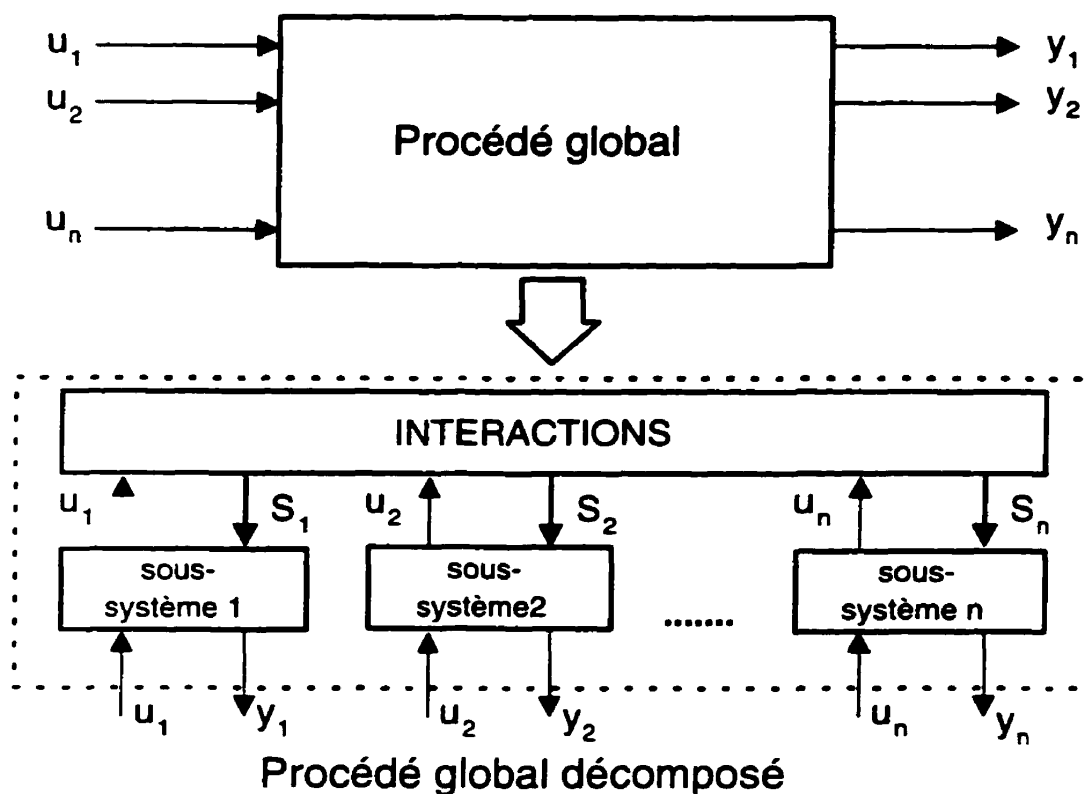


FIG. 3.1: Structure décomposée du procédé multivariable.

charge de compenser une seule sortie du modèle décomposé du procédé tout en tenant compte des effets des interactions entre les autres boucles.

Dans un premier temps, l'approche de commande multivariable introduisant des découpleurs optimaux sera présentée. Par la suite la commande prédictive à critères décentralisés sera détaillée et le lien avec la commande prédictive à critères multivariable sera expliqué.

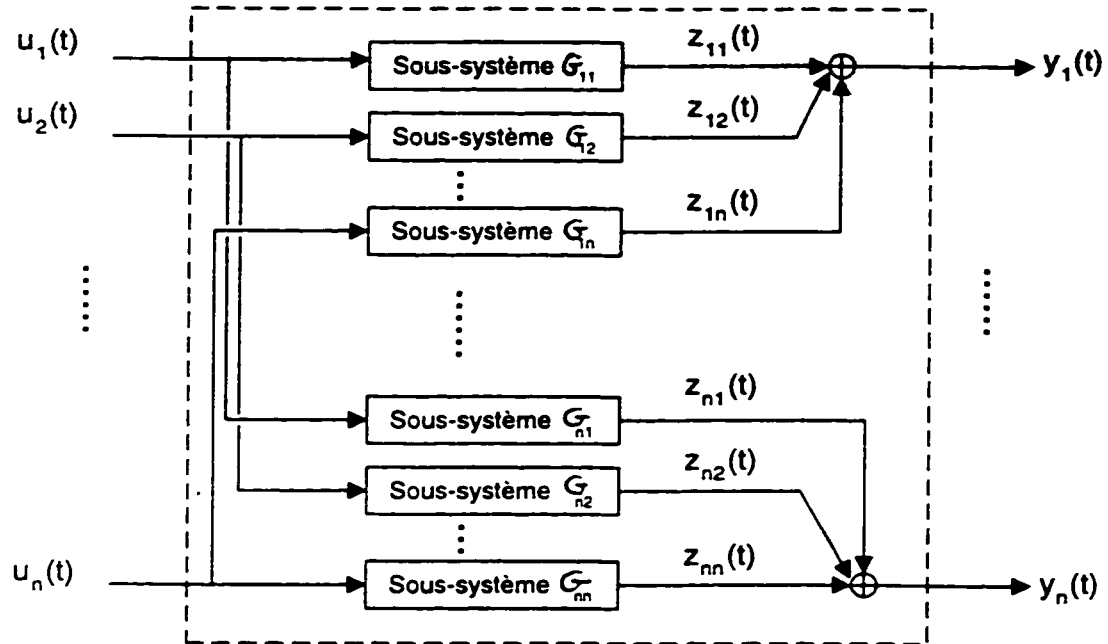


FIG. 3.2: Structure décomposée du modèle du procédé multivariable.

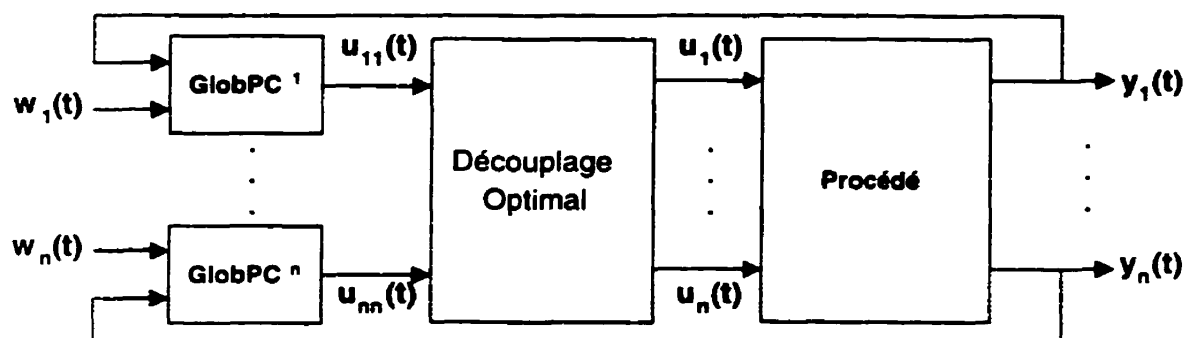


FIG. 3.3: Structure de commande GlobPC avec découplage optimal.

L'intérêt de ces approches, que ce soit les méthodes utilisant des découpleurs optimaux ou celle à critères décentralisés, serait la facilité de réglage et la réduction du volume et de la difficulté de calcul ce qui confère à ces méthodes quelques une des propriétés de la commande décentralisée.

3.2 Commande prédictive globale avec découplage optimal

Le but de cette section est de présenter une autre structure de commande avec des découpleurs, cette fois-ci, optimaux et des régulateurs scalaires de type GlobPC dont le principe est équivalent à celui de la commande multivariable algébrique comme le montre le schéma de la figure (3.3). Nous retrouvons n régulateurs scalaires de type GlobPC destinés à contrôler un procédé multivariable à n entrées et n sorties en introduisant un découplage optimal en amont du modèle du procédé.

Le modèle du procédé est considéré un ensemble de sous-systèmes simples en interaction les un avec les autres (figure (3.2)). Chaque sous-système (G_{ij}) est caractérisé

par ses propres équations d'état et matrices de prédiction $[X_{ij}, E_{ij}, F_{ij}]$. Les équations d'état des modèles des sous-systèmes sont supposées connues suite à l'identification du procédé et les matrices de prédiction sont faciles à calculer en se basant sur les détails de calcul présentés au chapitre précédent.

Deux structures de découplage optimal seront proposées : la structure de commande avec découplage simple illustrée sur la figure (3.4), et la structure de découplage inversé comme indiquée sur la figure (3.5).

Le découplage optimal simple consiste à éliminer l'effet des sorties des contrôleurs monovariabiles ($u_{ii}(t)$) sur les branches croisées du procédé qui se fait par les éléments découpleurs C_F^{ij} .

Le découplage optimal inversé consiste à considérer les actions de commande sur les branches croisées du modèle du procédé comme des perturbations mesurables. L'effet, de ces dernières, sur chaque sortie ($y_i(t)$) peut être estimé et ensuite éliminé par les j contrôleurs en anticipation C_F^{ji} (avec $j \neq i$).

Que ce soit la structure présentée à la figure (3.4) ou celle de la figure (3.5). les découpleurs optimaux C_F^{ij} sont des blocs de contrôle en anticipation. Si on considère ces blocs de contrôle en anticipation comme étant des parties de chacun des contrôleurs ($GlobPC^i$), chaque sortie ($y_i(t)$) du modèle du procédé se retrouve pilotée par un seul contrôleur.

3.2.1 Réglage des contrôleurs

Rappelons que chaque contrôleur $GlobPC^i$ implique trois blocs indépendants qui se basent sur la minimisation de trois critères quadratiques. Ces derniers se basent sur un modèle pour le calcul des commandes. Rappelons aussi qu'un bloc de contrôle en anticipation C_F^{ij} (de type GlobPC) implique la minimisation d'un autre critère quadratique qui se base aussi sur un modèle pour le calcul de la commande. Il est,

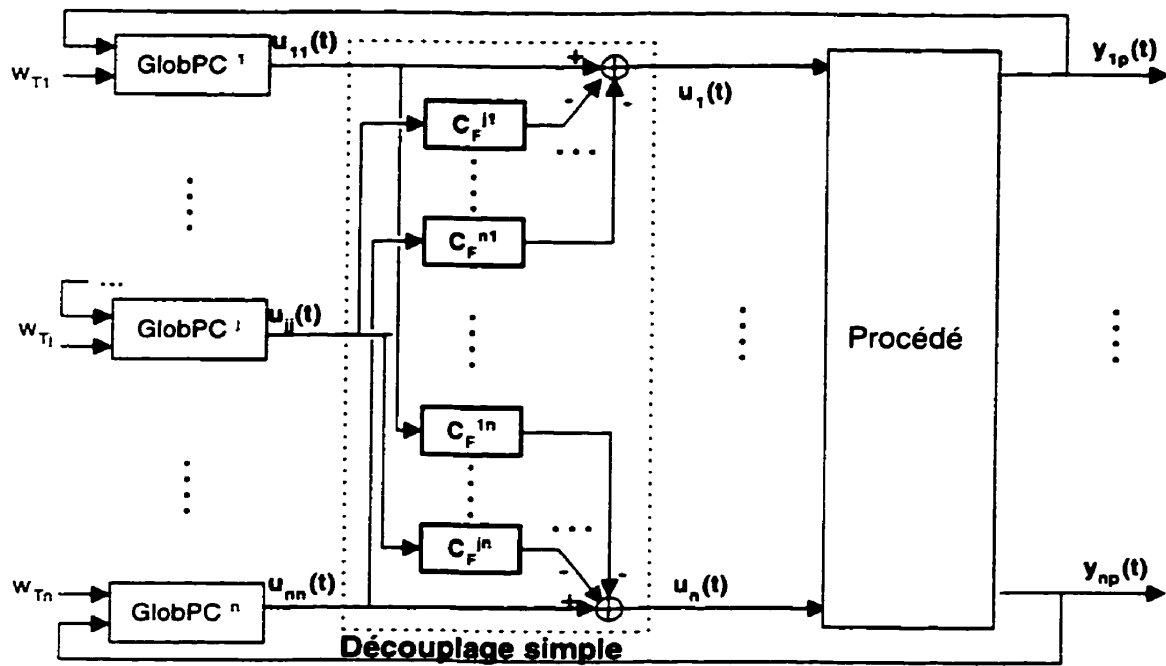


FIG. 3.4: Structure de contrôle d'un procédé avec découplage optimal simple.

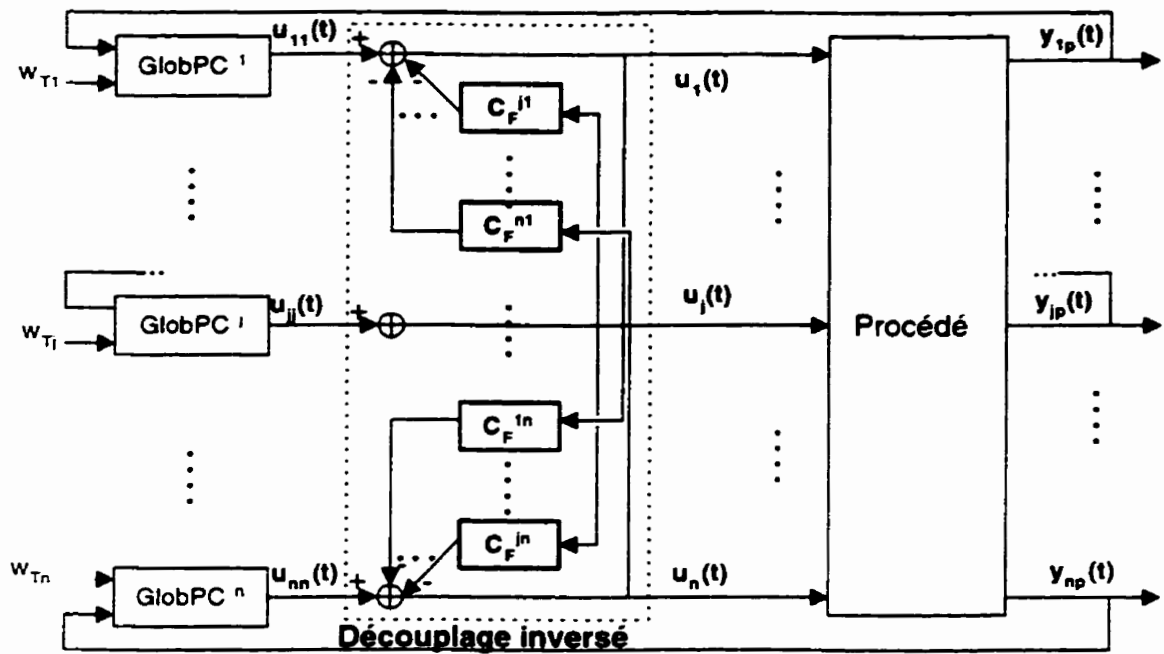


FIG. 3.5: Structure de contrôle d'un procédé avec découplage optimal inversé.

donc, nécessaire, avant l'étape de réglage, de déterminer ces modèles utiles sur lesquels se base, chacun des blocs de contrôle constituant $GlobPC^i$ et chacun des découpleurs C_F^{ij} (blocs de contrôle en anticipation) pour le calcul des commandes. Les modèles utiles (sur lesquels se base, chacun des contrôleurs constituant $GlobPC^i$ et chacun des découpleurs C_F^{ij} pour le calcul des commandes) seront tributaires de la structure de découplage adoptée.

3.2.2 Découplage simple

Le schéma de la figure (3.4) montre la structure de commande prédictive globale avec découplage optimal simple. Rappelons que les équations d'état des blocs de contrôle en anticipation C_F^{ij} (les découpleurs), sont facile à déterminer en s'inspirant du chapitre précédent.

Sur la figure (3.2) chaque sous-système est caractérisé par ses propres équations d'état et matrices de prédiction. La figure (3.4) montre que chaque sortie $y_i(t)$ est contrôlée par un régulateur scalaire $GlobPC^i$. L'effet des autres régulateurs $GlobPC^j$, sur cette même sortie est éliminé par les j découpleurs (ou contrôleurs en anticipation) C_F^{ij} .

Modèles utiles aux découpleurs C_F^{ij}

Le modèle utile à chacun des découpleurs ou blocs de contrôle en anticipation C_F^{ij} pour le calcul des commandes est celui du sous-système G_{jj} , dont les équations d'état sont supposées connues, et peuvent être représentées par :

$$X_{jj}(t+1) = A_{jj} X_{jj}(t) + B_{jj} u_{jj}(t) \quad (3.1)$$

$$z_{jj}(t) = C_{jj} X_{jj}(t) + D_{jj} u_{jj}(t) \quad (3.2)$$

où A_{jj} , B_{jj} , C_{jj} et D_{jj} représentent les matrices d'état du modèle du sous-système G_{jj} .

Modèles utiles aux trois contrôleurs de *GlobPC*ⁱ

Pour cette structure de commande prédictive globale à découplage optimal simple de la figure (3.4), chacun des trois contrôleurs de *GlobPC*ⁱ voit le modèle indiqué ci-dessous :

$$G_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{j=n} [C_F^{ij} G_{ij}] \quad (3.3)$$

G_{ii} représente le modèle du sous-système ii de la branche directe indiqué à la figure (3.2), G_{ij} représente le modèle du sous-système ij de la branche croisée indiqué à la figure (3.2), et C_F^{ij} représente ici le modèle du découpleur optimal C_F^{ij} .

Les équations d'état du modèle du sous-système (G_{ii}), sont déjà définies par les équations (3.1) et (3.2).

Les équations d'état du découpleur C_F^{ij} peuvent être représentées par :

$$X_{C_F^{ij}}(t+1) = A_{C_F^{ij}} X_{C_F^{ij}}(t) - B_{C_F^{ij}} u_{ii}(t) \quad (3.4)$$

$$u_{ij}(t) = C_{C_F^{ij}} X_{C_F^{ij}}(t) - D_{C_F^{ij}} u_{ii}(t) \quad (3.5)$$

$A_{C_F^{ij}}$, $B_{C_F^{ij}}$, $C_{C_F^{ij}}$ et $D_{C_F^{ij}}$ représentent les matrices d'état du découpleur C_F^{ij} .

Les équations d'état du modèle du sous-système (G_{ij}) peuvent être représentées par :

$$X_{ij}(t+1) = A_{ij} X_{ij}(t) + B_{ij} u_{ij}(t) \quad (3.6)$$

$$z_{ij}(t) = C_{ij} X_{ij}(t) + D_{ij} u_{ij}(t) \quad (3.7)$$

A_{ij} , B_{ij} , C_{ij} et D_{ij} représentent les matrices d'état du modèle du sous-système (G_{ij}).

En remplaçant dans l'équation (3.6) $u_{ij}(t)$ par son expression de l'équation (3.5), $X_{ij}(t+1)$ peut s'écrire :

$$X_{ij}(t+1) = A_{ij} X_{ij}(t) + B_{ij} C_{C_F^{ij}} X_{C_F^{ij}}(t) - B_{ij} D_{C_F^{ij}} u_{ii}(t) \quad (3.8)$$

D'après la figure (3.2), chaque sortie $y_i(t)$ est donnée par :

$$y_i(t)_{j \neq i} = z_{ii}(t) + \sum_{j=1}^{j=n} (z_{ij}(t)) \quad (3.9)$$

La substitution des équations (3.2), (3.5) et (3.7) dans l'équation (3.9) donne :

$$y_i(t) = C_{ii} X_{ii}(t) + D_{ii} u_{ii}(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=n} [D_{ij} C_{C_F^{ij}} X_{C_F^{ij}}(t) + C_{ij} X_{ij}(t) - D_{ij} D_{C_F^{ij}} u_{ii}(t)] \quad (3.10)$$

La combinaison des équations (3.1), (3.4), (3.8) et (3.10) conduit aux équations d'état du modèle sur lequel se base les trois contrôleurs de *GlobPCⁱ* pour le calcul des commandes. Elles peuvent être représentées sous une forme condensée comme indiqué ci-dessous :

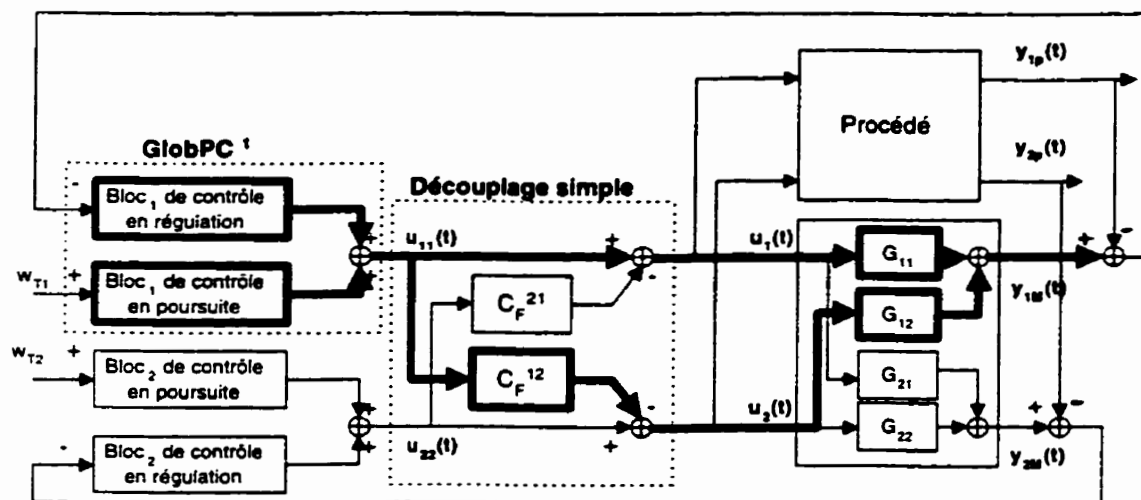
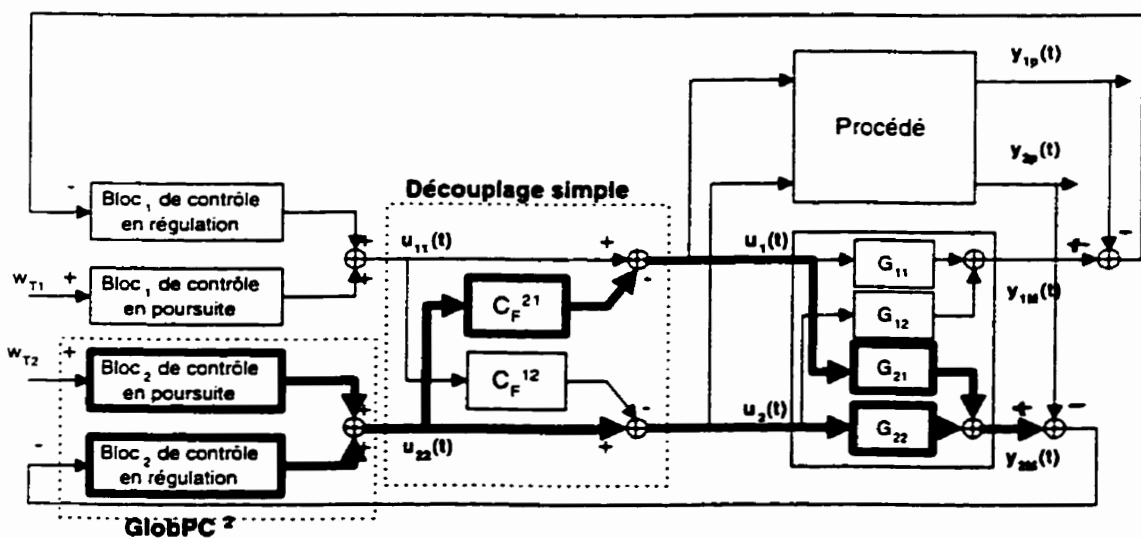
$$X_{M_{ii}}(t+1) = A_{M_{ii}} X_{M_{ii}}(t) + B_{M_{ii}} u_{ii}(t) \quad (3.11)$$

$$y_i(t) = C_{M_{ii}} X_{M_{ii}}(t) + D_{M_{ii}} u_{ii}(t) \quad (3.12)$$

$X_{M_{ii}}(t)$ sont les états du modèle utile recherchés et sont formés des états $X_{ii}(t)$ et de tous les $j_{j \neq i}$ états $X_{C_F^{ij}}(t)$ et $X_{ij}(t)$. $A_{M_{ii}}$, $B_{M_{ii}}$, $C_{M_{ii}}$ et $D_{M_{ii}}$ sont les matrices d'état du modèle dont les expressions sont facile à déterminer à partir des équations (3.11) et (3.12).

Afin de bien illustrer cette partie (en particulier le modèle que voit chacun des contrôleurs) un exemple simple d'un procédé 2×2 sera traité. La figure (3.6) montre la structure de commande prédictive globale avec un découplage optimal simple sur le procédé 2×2 . Les blocs de contrôle en anticipation sont supposés être absents des *GlobPCⁱ*.

À partir de la figure (3.6), les modèles utiles à chacun des découpleurs ou blocs de

(a) Illustration du modèle que voit les blocs de contrôle de *GlobPC¹*(b) Illustration du modèle que voit les blocs de contrôle de *GlobPC²*FIG. 3.6: Exemple du procédé 2×2 : découplage optimal simple.

contrôle en anticipation C_F^{12} et C_F^{21} pour le calcul des commandes sont respectivement le modèle du sous-système G_{22} et le modèle du sous-système G_{11} . Le modèle utile pour les deux blocs de contrôle de *GlobPC*¹ est celui indiqué ci-dessous :

$$G_{11} - C_F^{12}G_{12}$$

Quant au modèle utile pour les deux blocs de contrôle de *GlobPC*² est celui indiqué ci-dessous :

$$G_{22} - C_F^{21}G_{21}$$

3.2.3 Découplage inversé

Le schéma de la figure (3.5) montre la structure de commande prédictive globale avec découplage optimal inversé pour un procédé $n \times n$. Le rôle de chaque contrôleur *GlobPC*^{*i*} est de piloter la sortie $y_i(t)$ (le même rôle que dans le cas de la structure à découplage optimal simple). Le rôle de chaque découpleur (ou bloc de contrôle en anticipation) C_F^{ij} est d'éliminer ou de réduire l'effet des actions de commande sur les branches croisées qui sont considérées, cette fois ci, des perturbations mesurables agissant sur les sorties $y_i(t)$.

En s'inspirant de la figure (3.5), le modèle utile pour chaque découpleur C_F^{ij} , il est le même que dans le cas de la structure à découplage optimal simple. Quant au modèle utile sur lequel se base chacun des contrôleurs de *GlobPC*^{*i*} pour le calcul de la commande deux cas sont possibles :

- si le découplage est parfait alors le modèle utile est celui du sous-système G_{ii} (voir figure 3.2),
- dans le cas contraire (le découplage n'est pas parfait), on y tient compte, connaissant les équations d'état de tous les blocs.

La simplicité des structures des modèles utiles sur lesquels se basent les contrôleurs montre l'intérêt de la structure à découplage optimal inversé relativement à celle à découplage optimal simple.

Comme précédemment un exemple simple d'un procédé 2×2 sera traité. La figure (3.7) montre la structure de commande prédictive globale avec un découplage optimal inversé sur le procédé 2×2 . Les blocs de contrôle en anticipation sont supposés être absents des $GlobPC^i$.

À partir de la figure (3.7), les modèles utiles à chacun des découpleurs ou blocs de contrôle en anticipation C_F^{12} et C_F^{21} pour le calcul des commandes sont respectivement le modèle du sous-système G_{22} et le modèle du sous-système G_{11} . Le modèle utile pour les deux blocs de contrôle de $GlobPC^1$ est celui du sous-système G_{11} . Quant au modèle utile pour les deux blocs de contrôle de $GlobPC^2$ est celui du sous-système G_{22} .

3.2.4 Étape de réglage

L'étape finale de réglage des contrôleurs $GlobPC^i$ et des découpleurs C_F^{ij} consiste simplement à choisir les paramètres de réglage, dans chaque critère séparément, qui permettent d'atteindre les spécifications désirées. Les critères sont monovariante et donc plus facile à régler.

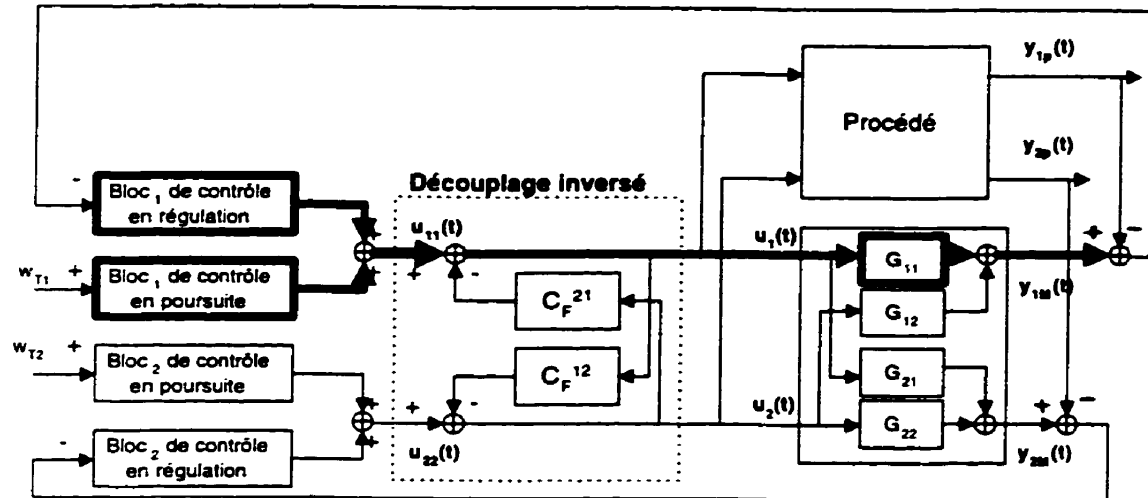
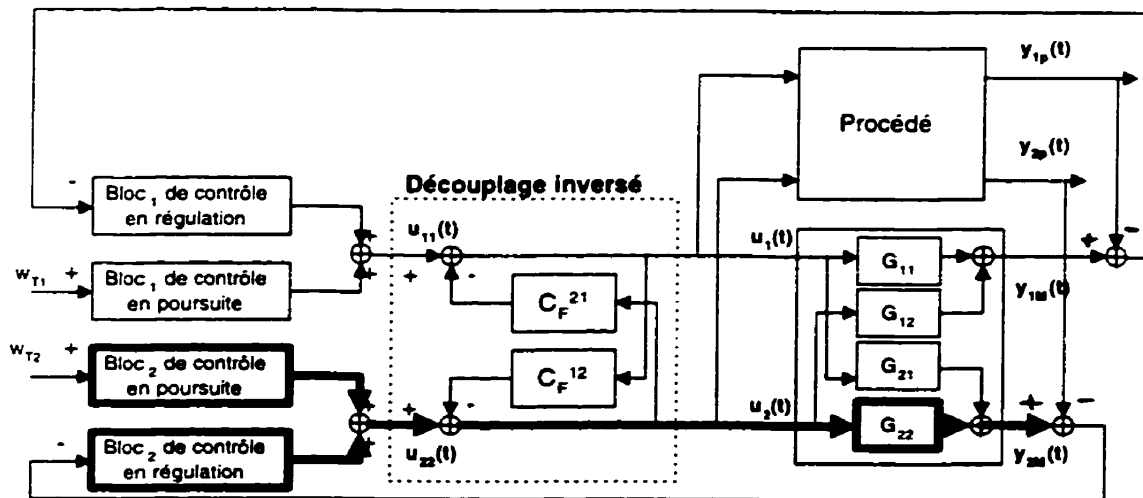
(a) Illustration du modèle que voient les blocs de contrôle de *GlobPC*¹(b) Illustration du modèle que voient les blocs de contrôle de *GlobPC*²

FIG. 3.7: Exemple du procédé 2 × 2 : découplage optimal inversé.

3.3 Commande prédictive globale à critères décentralisés

3.3.1 Présentation de la méthode

Soit un procédé multivariable caractérisé par un vecteur d'entrée $u(t)$ et un vecteur de sortie $y(t)$ de même dimension n . La solution de commande suggérée consiste, d'abord, à décomposer le système complexe global en un ensemble de n sous-systèmes, relativement plus simples, en interaction les un avec les autres (la décomposition est équivalente à celle présentée à la figure (3.2)).

Chaque sortie $y_k(t)$ du modèle du procédé est influencée, d'une part, par l'entrée $u_k(t)$, considérée l'entrée principale, et, d'autre part, par un vecteur d'entrées $S_k(t)$ qui est composé des autres actions de commande $u_j(t)$ avec $j \neq k$.

L'idée est que chaque sortie $y_k(t)$ du modèle soit pilotée séparément par un régulateur k , de type GlobPC (3 blocs de contrôle) qui fournit l'action de commande optimale $u_k(t)$ tout en tenant compte de l'effet des autres actions de commande $S_k(t)$.

La solution recherchée pour résoudre le problème global de commande se ramènera à la combinaison des différentes solutions locales qui seront fournies par chacun des n régulateurs scalaires GlobPC.

La commande prédictive globale à critères décentralisés implique l'utilisation de n régulateurs GlobPC, qui s'échangent de l'information, pour contrôler un procédé ayant n entrées et n sorties.

3.3.2 Méthode de synthèse

La figure (3.8) illustre le principe : pour chaque sous-système k , trois critères j_i^k seront minimisés (ceux de la GlobPC pour le système k) par rapport à l'entrée $u_{ik}(t)$.

Comme à la figure (3.3), l'estimation des éventuelles perturbations mesurables n'est

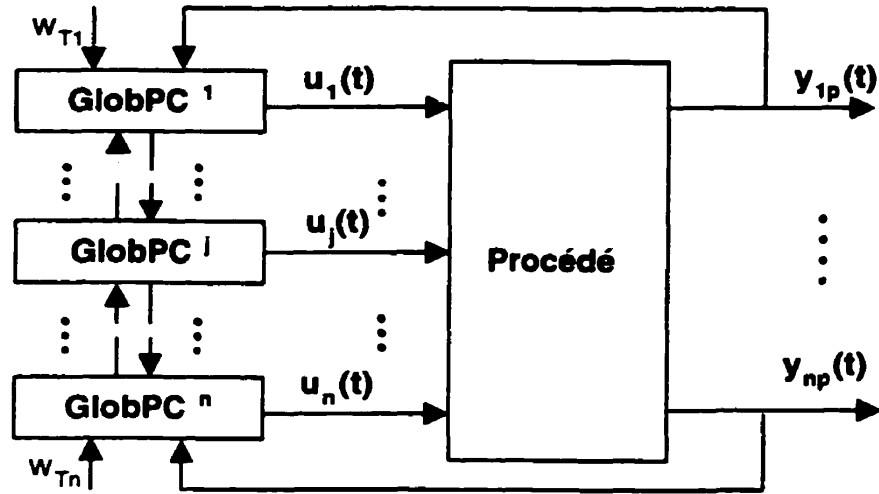


FIG. 3.8: Structure de contrôle à critères décentralisé d'un procédé $n \times n$.

pas considérée à la figure (3.8) et ce pour ne pas encombrer le schéma.

Dans la suite du chapitre, l'indice i renseignant sur le type de contrôle (poursuite, anticipation ou régulation) sera omis pour alléger l'écriture, que ce soit dans le critère, les entrées et sorties ou dans les matrices de prédiction. Dans la suite, par exemple j_i^k sera noté j^k , $u_{ik}(t)$ sera notée $u_k(t)$, etc...

$$\min_{u_k} j^k = \min_{u_k} Q_k(y_k(t), u_k(t)) \quad (3.13)$$

avec $y_k(t)$ fonction, d'une part, de la commande $u_k(t)$ recherchée localement et, d'autre part, de $S_k(t)$ représentant l'effet des autres actions de commandes $u_j(t)$ avec $j \neq k$.

Supposons, que les autres actions de commandes optimales $S_k^*(t)$, censées provenir des autres régulateurs à l'instant considéré, soient fournies par une certaine unité de dialogue, alors la sortie locale devient :

$$y_k(t) = f_k(u_k(t), S_k^*(t)) \quad (3.14)$$

En remplaçant la sortie $y_k(t)$ par son expression, l'équation (3.13) devient :

$$\begin{aligned} \min_{u_k} Q_k(y_k(t), u_k(t)) &= \min_{u_k} Q_k(f_k(u_k(t), S_k^*(t)), u_k(t)) \\ &= Q_k^*(u_k^*(t), S_k^*(t)) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Le minimum obtenu constitue la solution locale optimale k , en fonction des autres actions de commande optimales en provenance des autres régulateurs et ce grâce à un dialogue permettant l'échange d'informations entre les régulateurs.

Cette procédure d'optimisation locale s'effectue pour toutes les sorties afin de combiner toutes les solutions k fournies par les k régulateurs donnant lieu à un système de n équations à n inconnues. La résolution du système constitue la solution de commande recherchée pour le système global.

Pour se résumer, le principe de cette méthode consiste à remplacer l'unique solution de commande d'un système multivariable par la combinaison de plusieurs solutions de commande de sous-systèmes scalaires simples composant le système global.

Afin d'illustrer davantage ceci, le détail des calculs de la commande à critères décentralisés d'un procédé $n \times n$ sera présenté.

3.3.3 Synthèse de la commande globale

Le modèle décomposé considéré, est toujours celui de la figure (3.2). Rappelons qu'il est constitué de sous modèles qui sont caractérisés par leurs propres vecteurs d'états et leurs propres matrices de prédiction. Les matrices de prédictions sont ainsi mises en évidence pour souligner le fait qu'elles sont calculées une seule fois suite à l'identification du procédé (tant qu'on ne fait pas la commande adaptative).

Régulateur de la k ième sortie : Le critère à minimiser pour le k ième sortie est :

$$J_k = \epsilon_k(t)^T W_k \epsilon_k(t) + \tilde{u}'_k(t)^T \Lambda_k \tilde{u}'_k(t) \quad (3.16)$$

$\tilde{u}'_k(t)$ représente le vecteur des prédictions de la commande filtrée $u_k(t)$ dont l'expression est donnée par :

$$\tilde{u}'_k(t) = N_k X_{Qk}(t) + M_k \tilde{u}_k(t) \quad (3.17)$$

$\epsilon_k(t)$ représente le vecteur des prédictions de l'erreur :

$$\epsilon_k(t) = [R_k(t + H_k^S; t + H_k^P) - Y_k(t + H_k^S; t + H_k^P)] \quad (3.18)$$

avec,

$$R_k(t + H_k^S; t + H_k^P) = E_{kR} X_{kR}(t) + F_{kR} \tilde{w}_k(t) \quad (3.19)$$

et,

$$Y_k(t + H_k^S; t + H_k^P) = \sum_{j=1}^{j=n} [E_{kj} X_{kj}(t) + F_{kj} \tilde{u}_j(t)] \quad (3.20)$$

En remplaçant chaque terme par son expression, l'erreur devient :

$$\epsilon_k(t) = [(R_k(t + H_k^S; t + H_k^P) - \sum_{j=1}^{j=n} E_{kj} X_{kj}(t)) - \sum_{j=1}^{j=n} F_{kj} \tilde{u}_j(t)] \quad (3.21)$$

Ce qui conduit aux dérivées partielles ci dessous :

$$\frac{d(\epsilon_k^T(t) W_k \epsilon_k(t))}{d(\tilde{u}_k(t))} = -2F_{kk}^T W_k [R_k - \sum_{j=1}^{j=n} E_{kj} X_{kj}(t)] + 2 \sum_{j=1}^{j=n} [F_{kk}^T W_k F_{kj} \tilde{u}_j] \quad (3.22)$$

$$\frac{d(\tilde{u}'_k^T(t) \Lambda_k \tilde{u}'_k(t))}{d(\tilde{u}_k(t))} = 2 M_k^T \Lambda_k N_k X_{Qk}(t) + 2 [M_k^T \Lambda_k M_k] \tilde{u}_k(t) \quad (3.23)$$

La minimisation de J_k par rapport à $\tilde{u}_k(t)$ conduit à :

$$\begin{aligned} [F_{kk}^T W_k [F_{kk} + M_k^T \Lambda_k M_k] \tilde{u}_k(t) = F_{kk}^T W_k (R_k - \sum_{j=1}^{j=n} E_{kj} X_{kj}(t) \\ - \sum_{j=1, j \neq k}^{j=n} F_{kj} \tilde{u}_j(t)) - M_k^T \Lambda_k N_k X_{Qk}(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) donne l'expression du vecteur $\tilde{u}_k(t)$ en fonction de tous les autres vecteurs $\tilde{u}_j(t)$ (avec $j \neq k$).

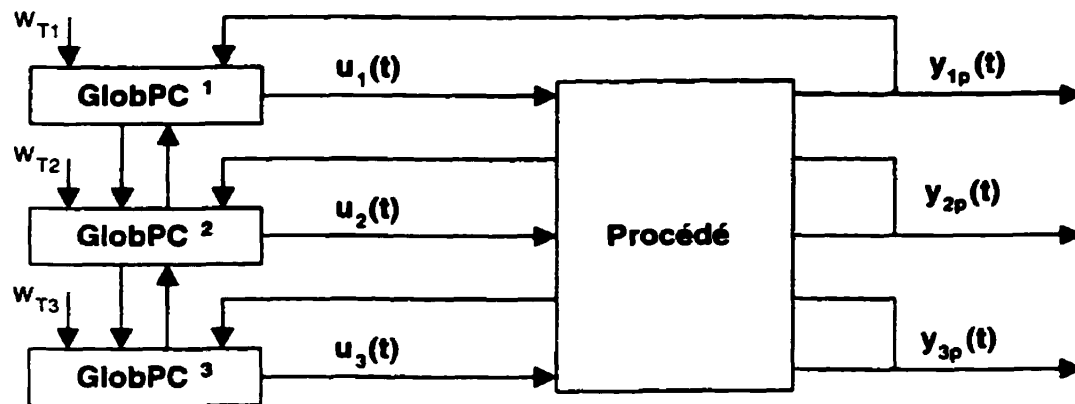


FIG. 3.9: Structure de contrôle à critères décentralisé d'un procédé 3×3 .

Résolution du système d'équations

La combinaison des n équations du même type que celle de l'équation (3.24), conduit à un système d'équations à n inconnues. La résolution de ce système, à chaque pas d'échantillonnage, conduit aux vecteurs $\vec{u}_k(t)$ avec ($k = 1, \dots, n$) dont les premiers éléments constituent les actions des commandes recherchées.

3.3.4 Exemple d'un procédé 3×3

La figure (3.9) illustre l'approche de la commande prédictive globale à critères décentralisés pour un procédé 3×3 .

Régulateur de la première sortie : La minimisation du critère J_1 par rapport à $\vec{u}_1(t)$ conduit au vecteur $\vec{u}_1(t)$ en fonction des vecteurs $\vec{u}_2(t)$ et $\vec{u}_3(t)$:

$$\alpha_1 \vec{u}_1(t) + \beta_1 \vec{u}_2(t) + \gamma_1 \vec{u}_3(t) = \eta_1 \quad (3.25)$$

où,

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= [F_{11}^T W_{11} F_{11} + M_{11}^T \Lambda_{11} M_{11}] \\ \beta_1 &= F_{11}^T W_{11} F_{12} \\ \gamma_1 &= F_{11}^T W_{11} F_{13} \\ \eta_1 &= [F_{11}^T W_{11} (R_1 - E_{11}X_{11} - E_{12}X_{12} - E_{13}X_{13}) - M_{11}^T \Lambda_{11} N_{11} X_{Q1}(t)]\end{aligned}$$

Régulateur de la deuxième sortie : De la même façon que précédemment, on obtient le vecteur $\bar{u}_2(t)$ en fonction des vecteurs $\bar{u}_1(t)$ et $\bar{u}_3(t)$ et ce en minimisant le deuxième critère J_2 par rapport à $\bar{u}_2(t)$:

$$\alpha_2 \bar{u}_1(t) + \beta_2 \bar{u}_2(t) + \gamma_2 \bar{u}_3(t) = \eta_2 \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= F_{22}^T W_{22} F_{21} \\ \beta_2 &= [F_{22}^T W_{22} F_{22} + M_{22}^T \Lambda_{22} M_{22}] \\ \gamma_2 &= F_{22}^T W_{22} F_{23} \\ \eta_2 &= [F_{22}^T W_{22} (R_2 - E_{21}X_{21} - E_{22}X_{22} - E_{23}X_{23}) - M_{22}^T \Lambda_{22} N_{22} X_{Q2}(t)]\end{aligned}$$

Régulateur du troisième sous-système :

La minimisation du critère J_3 par rapport à $\bar{u}_3(t)$, suivant le même principe qu'auparavant, donne le vecteur $\bar{u}_3(t)$ en fonction des vecteurs $\bar{u}_1(t)$ et $\bar{u}_2(t)$.

$$\alpha_3 \bar{u}_1(t) + \beta_3 \bar{u}_2(t) + \gamma_3 \bar{u}_3(t) = \eta_3 \quad (3.27)$$

où,

$$\begin{aligned}\alpha_3 &= F_{33}^T W_{33} F_{31} \\ \beta_3 &= F_{33}^T W_{33} F_{32} \\ \gamma_3 &= [F_{33}^T W_{33} F_{33} + M_{33}^T \Lambda_{33} M_{33}] \\ \eta_3 &= [F_{33}^T W_{33} (R_3 - E_{31}X_{31} - E_{32}X_{32} - E_{33}X_{33}) - M_{33}^T \Lambda_{33} N_{33} X_{Q3}(t)]\end{aligned}$$

Résolution du système d'équations

La combinaison des équations (3.25), (3.26) et (3.27) donne lieu à un système de trois équations à trois inconnues :

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \\ \bar{u}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix}$$

La résolution de ce système, à chaque pas d'échantillonnage, conduit aux vecteurs $\bar{u}_1(t)$, $\bar{u}_2(t)$ et $\bar{u}_3(t)$ dont les premiers éléments constituent les actions de commandes recherchées $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$.

3.3.5 Lien avec l'approche à critère multivariable

Dans cette section, il est question de déterminer le lien entre l'approche prédictive globale à critère multivariable et celle à critères décentralisés. Pour cela reprenons l'expression du système d'équations, découlant de la minimisation du critère multivariable :

$$[F^T W F + M^T \Lambda M] \bar{u}(t) = F^T W [R - EX] + M^T \Lambda N X_q \quad (3.28)$$

Sachant qu'un procédé $n \times n$ peut être décomposé en n sous-systèmes, il est facile de démontrer que les matrices de prédictions E , F , N et M peuvent s'écrire en fonction des matrices de prédictions des n sous-systèmes comme indiqué ci-dessous :

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & \dots & E_{1p_1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & E_{21} & \dots & E_{2p_2} & 0 \dots & 0 \\ & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & & & E_{n1} & \dots & E_{np_n} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1n} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2n} \\ F_{31} & F_{32} & \dots & F_{3n} \\ & & \dots & \\ F_{n1} & & \dots & F_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N_{22} & 0 & 0 \\ 0 & & \dots & 0 \\ & & & N_{nnpn} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & & \dots & 0 \\ & & & M_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

En remplaçant chaque terme par son expression, le système d'équations (3.28) devient :

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc} F_{11}^T w_{11} F_{11} + F_{21}^T w_{22} F_{21} + \dots + F_{n1}^T w_{22} F_{n1} & \dots & F_{11}^T w_{11} F_{12} + \dots + F_{n1}^T w_{22} F_{n2} \\ & \dots & \\ F_{1n}^T w_{nn} F_{11} + F_{2n}^T w_{nn} F_{1n} + \dots + F_{nn}^T w_{nn} F_{nn} & \dots & F_{1n}^T w_{nn} F_{1n} + \dots + F_{nn}^T w_{nn} F_{nn} \end{array} \right) \\ & + \begin{bmatrix} M_{11}^T \lambda_{11} M_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{22}^T \lambda_{22} M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & & \dots & 0 \\ & & & M_{nn}^T \lambda_{nn} M_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_n \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} & F_{21}^T w_{22} & \dots & F_{n1}^T w_{nn} \\ F_{12}^T w_{11} & F_{22}^T w_{22} & \dots & F_{n2}^T w_{nn} \\ F_{13}^T w_{11} & F_{23}^T w_{22} & \dots & F_{n3}^T w_{nn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{1n}^T w_{11} & \dots & \dots & F_{nn}^T w_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 - E_{11} X_{11} - E_{12} X_{12} - \dots - E_{1p_1} X_{1p_1} \\ R_2 - E_{21} X_{21} - E_{22} X_{22} - \dots - E_{2p_1} X_{2p_2} \\ \vdots \\ R_n - E_{n1} X_{n1} - E_{n2} X_{n2} - \dots - E_{np_1} X_{np_2} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} M_{11}^T \lambda_1 N_{11} X_{q1} \\ M_{22}^T \lambda_2 N_{22} X_{q2} \\ \vdots \\ M_{nn}^T \lambda_n N_n X_{qn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Lorsque les pondérations sur les commandes filtrées sont nulles et que les matrices de prédiction F_{ij} sont inversibles, il est facile de prouver que le système d'équations

(3.28) devient équivalent à celui résultant de la commande à critères décentralisés. Nous allons illustrer cette équivalence sur un exemple plus simple d'un procédé 2×2 .

Le vecteur des prédictions des sorties des modèles pour un procédé 2×2 peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 Y(t + H^S; t + H^P) &= \begin{bmatrix} Y_1(t + H^S; t + H^P) \\ Y_2(t + H^S; t + H^P) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} Z_{11}(t + H^S; t + H^P) + Z_{12}(t + H^S; t + H^P) \\ Z_{21}(t + H^S; t + H^P) + Z_{22}(t + H^S; t + H^P) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} E_{11} X_{11}(t) + F_{11} \bar{u}_1(t) + E_{12} X_{12}(t) + F_{12} \bar{u}_2(t) \\ E_{21} X_{21}(t) + F_{21} \bar{u}_1(t) + E_{22} X_{22}(t) + F_{22} \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{21} \\ X_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

d'où :

$$Y(t + H^S; t + H^P) = E X + F \bar{u}(t) \quad (3.33)$$

d'un autre côté :

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(t) &= \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} X_{q1}(t) + M_{11} \bar{u}_1(t) \\ N_{22} X_{q2}(t) + M_{22} \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{q1} \\ X_{q2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

d'où :

$$\bar{u}(t) = N X_q + M \bar{u} \quad (3.34)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & 0 \\ 0 & w_{22} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

et

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

À partir de ces données, le système d'équations découlant de la minimisation du critère multivariable donne :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} F_{11} + F_{21}^T w_{22} F_{21} + M_{11}^T \lambda_{11} M_{11} & F_{11}^T w_{11} F_{12} + F_{21}^T w_{22} F_{22} \\ F_{12}^T w_{11} F_{11} + F_{22}^T w_{22} F_{12} & F_{12}^T w_{11} F_{12} + F_{22}^T w_{22} F_{22} + M_{22}^T \lambda_{22} M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11} - E_{12} X_{22}) + F_{21}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21} - E_{22} X_{22}) \\ F_{12}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11} - E_{12} X_{22}) + F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21} - E_{22} X_{22}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11}^T \lambda_{11} N_{11} X_{q1} \\ M_{11}^T \lambda_{11} N_{11} X_{q1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.37)$$

À partir de la section précédente, nous pouvons déterminer le système d'équation provenant de la minimisation des critères décentralisés pour un procédé 2×2 :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} F_{11} + M_{11}^T \lambda_{11} M_{11} & F_{11}^T w_{11} F_{12} \\ F_{22}^T w_{22} F_{21} & F_{22}^T w_{22} F_{22} + M_{22}^T \lambda_{22} M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{12}(t)) - M_{11}^T \lambda_{11} N_{11} X_{q1}(t) \\ F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) - M_{22}^T \lambda_{22} N_{22} X_{q2}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Lorsque les pondérations λ_{11} et λ_{22} sont nulles, le système devient :

$$\begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} F_{11} & F_{11}^T w_{11} F_{12} \\ F_{22}^T w_{22} F_{21} & F_{22}^T w_{22} F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{12}(t)) \\ F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Si en plus les matrices F_{11} et F_{22} sont inversibles, et en faisant la transformation suivante aux deux lignes du système :

$$\text{ligne}_1 \leftarrow \text{ligne}_1 + F_{21}^T F_{22}^{-T} \text{ligne}_2$$

$$\text{ligne}_2 \leftarrow \text{ligne}_2 + F_{12}^T F_{11}^{-T} \text{ligne}_1$$

alors le système de l'équation (3.39) devient :

$$\begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} F_{11} & F_{11}^T w_{11} F_{12} \\ F_{22}^T w_{22} F_{21} & F_{22}^T w_{22} F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} F_{21}^T F^{-T} F_{22}^T w_{22} F_{21} & F_{21}^T F^{-T} F_{22}^T w_{22} F_{22} \\ F_{12}^T F^{-T} F_{11}^T w_{11} F_{11} & F_{12}^T F^{-T} F_{11}^T w_{11} F_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{12}(t)) \\ F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} F_{21}^T F^{-T} F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) \\ F_{12}^T F^{-T} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{12}(t)) \end{bmatrix} \quad (3.40)
\end{aligned}$$

ou encore,

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} F_{11} + F_{21}^T w_{22} F_{21} & F_{11}^T w_{11} F_{12} + F_{21}^T w_{22} F_{22} \\ F_{12}^T w_{11} F_{11} + F_{22}^T w_{22} F_{12} & F_{12}^T w_{11} F_{12} + F_{22}^T w_{22} F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} F_{11}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{22}(t)) + F_{21}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) \\ F_{12}^T w_{11} (R_1 - E_{11} X_{11}(t) - E_{12} X_{22}(t)) + F_{22}^T w_{22} (R_2 - E_{21} X_{21}(t) - E_{22} X_{22}(t)) \end{bmatrix} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

Ce dernier système est exactement celui résultant de la minimisation du critère multivariable dans les conditions indiquées. Nous pouvons constater que, sous certaines conditions, les deux méthodes conduisent au même système d'équations.

3.4 Intérêts et limites théoriques de ces approches

Étant donnée la complexité des expressions des équations en boucle fermée de la GlobPC, l'intérêt et les limites de ces méthodes seront analysés à partir des résultats de simulation des algorithmes développés dans le chapitre suivant.

Cependant, l'intérêt de ces méthodes se concrétise par :

- le réglage de critères monovariables qui est notablement plus facile que le réglage de critères multivariables,
- ces méthodes, impliquent le réglage de sous-systèmes scalaires simples à la place de systèmes multivariables certainement plus complexe,

- la possibilité d'ajouter ou de supprimer des boucles de contrôles (sans avoir à tout reprendre) est aussi possible, ce qui constitue un autre atout de ces méthodes,
- avec ces méthodes, il y a plus de chance d'éviter les inversions de matrices, ce qui permet de réduire les complexités de calculs.
- la considération des éventuels délais des sous-systèmes dans le calcul des commandes permet de réduire les volumes de calcul.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté de nouvelles méthodes de design multivariable. Il s'agit de la commande prédictive globale avec découplage optimal et celle à critères décentralisés.

Dans le but de faciliter le réglage des systèmes complexes, ces approches cherchent à transformer le problème complexe global de commande en un ensemble de sous-problèmes plus simples. La technique consiste, d'abord, à décomposer le système global en un ensemble de sous-systèmes en interaction les un avec les autres. Ensuite la solution de contrôle globale utilise plusieurs régulateurs scalaires de type GlobPC qui s'échangent de l'information. Ce fait donne le moyen de régler des critères monovariables, ce qui permet, relativement, la facilité du design.

Trois structures de commande prédictive globale ont été présentées : la structure avec découplage optimal simple, celle avec découplage optimal inversé et, enfin, la méthode à critères décentralisés. L'intérêt théorique de ces approches a été souligné.

Chapitre 4

Résultats des simulations

4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, la théorie de la loi de commande prédictive globale GlobPC, les structures multivariables utilisant des découpleurs optimaux et les approches de commande à critères décentralisés ont été présentées. Aussi, les équations caractéristiques des contrôleurs ont été déterminées. Ces dernières s'expriment de manière complexe en fonction des paramètres de synthèse ce qui rend très difficile l'analyse théorique des structures en boucle fermée.

Afin de compléter la partie théorique, ce chapitre est consacré à la présentation d'un ensemble de résultats qui vont permettre de valider et confirmer la théorie présentée aux chapitres précédents et de mettre en évidence l'intérêt et les limites des structures proposées.

Dans un premier temps, quelques résultats concernant la GlobPC aussi bien monovariante que multivariante seront présentés. Ensuite d'autres résultats en rapport avec la GlobPC multivariante avec découpleurs et celle à critères décentralisés seront présentés et comparés à ceux réalisés avec la GlobPC de base (qui est une loi de commande qui a déjà prouvé ses performances et son intéressant niveau de robustesse). À la fin du chapitre, l'intérêt et les limites de des approches suggérées sera mis en

évidence.

4.2 Étude par simulations de la GlobPC

Dans cette section, quelques tests seront réalisés afin de montrer l'effet des principaux paramètres de réglage (Clarke & al 1987, McIntosh 1988, Sawadogo 1992, Desbiens 1995) de la commande prédictive globale sur différents types de procédés monovariables dont la forme de la fonction de transfert discrète est la suivante :

$$G(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_0 z^{-1} + a_1 z^{-2}} z^{-d}$$

Cette forme permet de simuler un procédé monovarié avec ou sans retard, de premier ou de deuxième ordre, à déphasage minimal ou non minimal.

Ces tests seront réalisés en supposant qu'il n'y a pas d'erreur de modélisation et en absence des perturbations, ce qui implique que le seul bloc de contrôle qui sera considéré est celui en poursuite (seuls seront considérés les paramètres de réglage en poursuite).

L'autre partie de la section, consiste à présenter des exemples de réglages de procédés monovariables et multivariables afin de mettre en évidence le niveau de performance et de robustesse de cette loi de commande.

4.2.1 Effet des principaux paramètres

Les modèles de procédés utilisés sont :

- Le modèle du procédé (4.1) est un premier ordre stable :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.8187z^{-1}} \quad (4.1)$$

- Le modèle du procédé (4.2) est un premier ordre stable avec délai :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.8187z^{-1}} z^{-4} \quad (4.2)$$

- Le modèle du procédé (4.3) est un second ordre stable :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.0119 + 0.0107z^{-1}}{1 - 1.6939z^{-1} + 0.7165z^{-2}} z^{-1} \quad (4.3)$$

- Le modèle du procédé (4.4) est un second ordre stable à déphasage minimal :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.0232 - 0.0006z^{-1}}{1 - 1.6939z^{-1} + 0.7165z^{-2}} z^{-1} \quad (4.4)$$

- Le modèle du procédé (4.5) est un second ordre stable à déphasage non minimal :

$$G(z^{-1}) = \frac{-0.2138 + 0.2365z^{-1}}{1 - 1.6939z^{-1} + 0.7165z^{-2}} z^{-1} \quad (4.5)$$

Effet de l'horizon de prédiction final H^P :

Pour voir l'influence de l'horizon de prédiction H_T^P sur le comportement de la sortie du procédé, les paramètres de synthèse en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

Les figures (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) et (4.5) montrent l'effet de l'horizon de prédiction final sur la sortie des cinq types de procédés. Pour chaque figure des échelons sont effectués, respectivement, avec différentes valeurs de l'horizon de prédiction final $H_T^P = 1, 2, 10, 50, 100$ et 120 . Particulièrement pour le procédé à retard (4.2), l'horizon de prédiction final est $H_T^P = 5, 10, 50, 100$ et 120 .

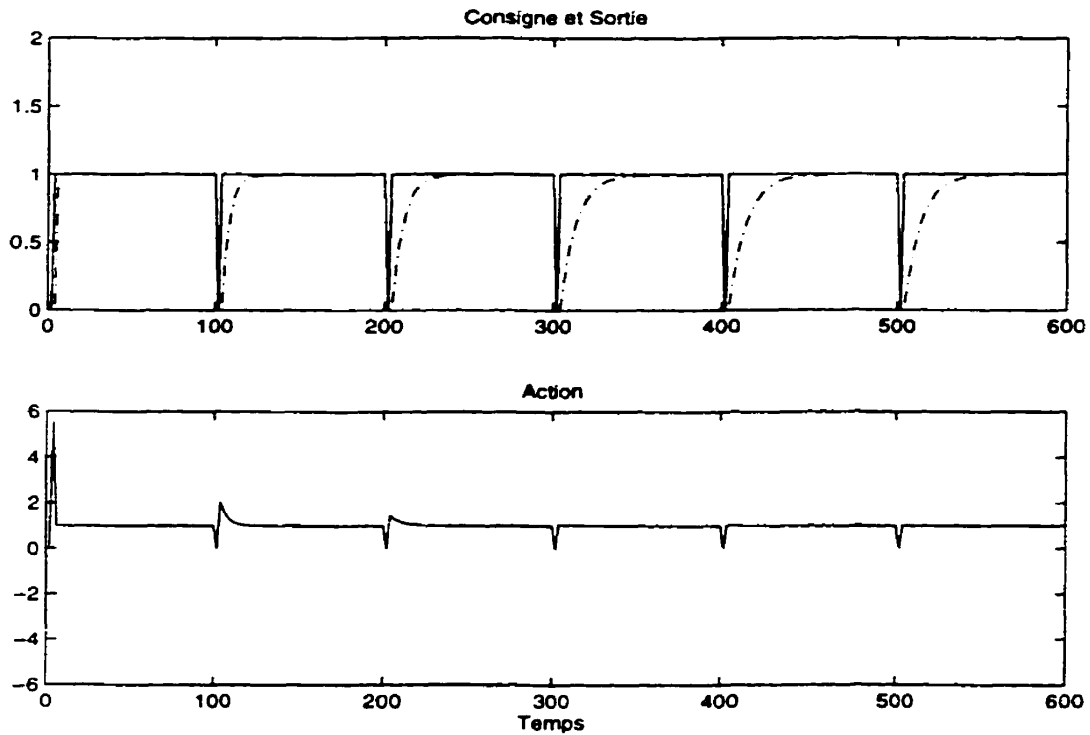


FIG. 4.1: Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.1).

À partir de l'analyse des figures nous pouvons constater les points suivants qui confirment l'importance de ce paramètre de réglage sur les performances et la stabilité du système en boucle fermée :

- la stabilité et la rapidité de la réponse du système bouclé sont reliées au choix de l'horizon de prédiction,
- en augmentant l'horizon de prédiction, la dynamique devient lente et plus stable tendant vers celle du système en boucle ouverte (puisque l'action de commande tend vers un échelon),
- lorsque l'horizon de prédiction est pris court la dynamique est plus rapide (voire même instable dans quelques cas) exigeant des valeurs considérables de la commande,
- pour certains procédés, un mauvais choix de l'horizon de prédiction peut conduire à l'instabilité de la boucle fermée,

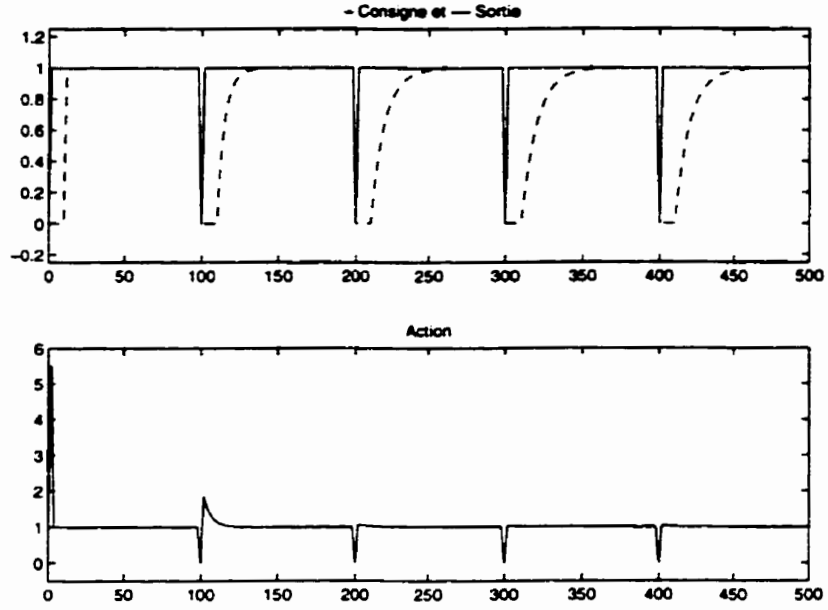


FIG. 4.2: Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.2).

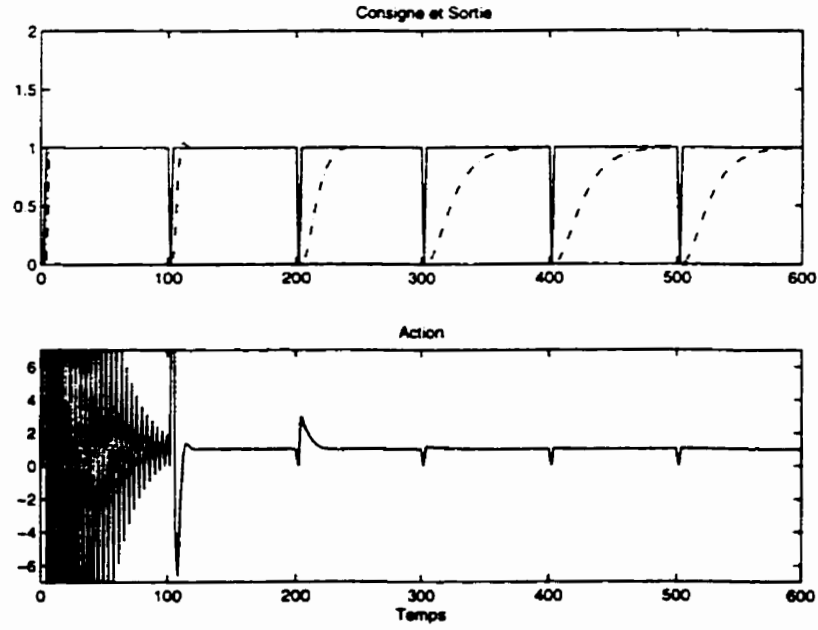


FIG. 4.3: Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.3).

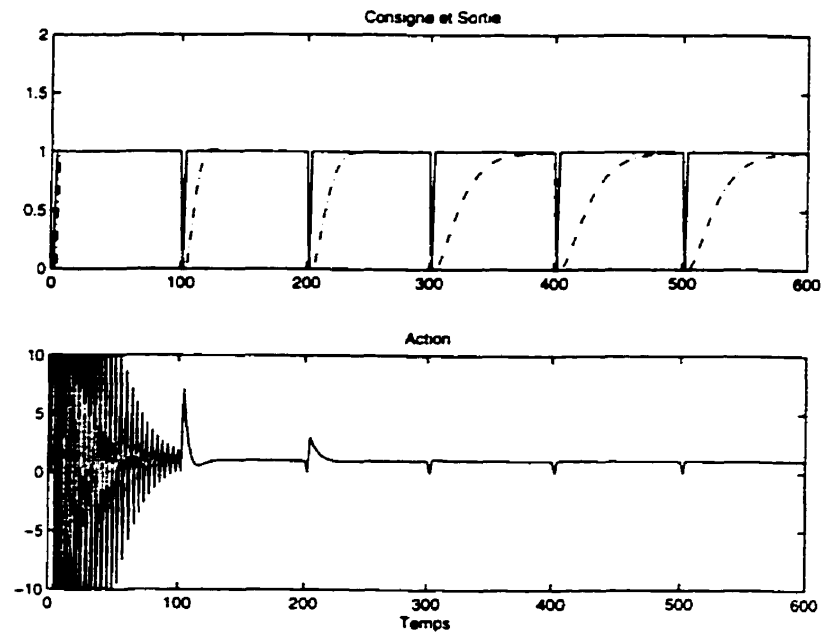


FIG. 4.4: Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.4).

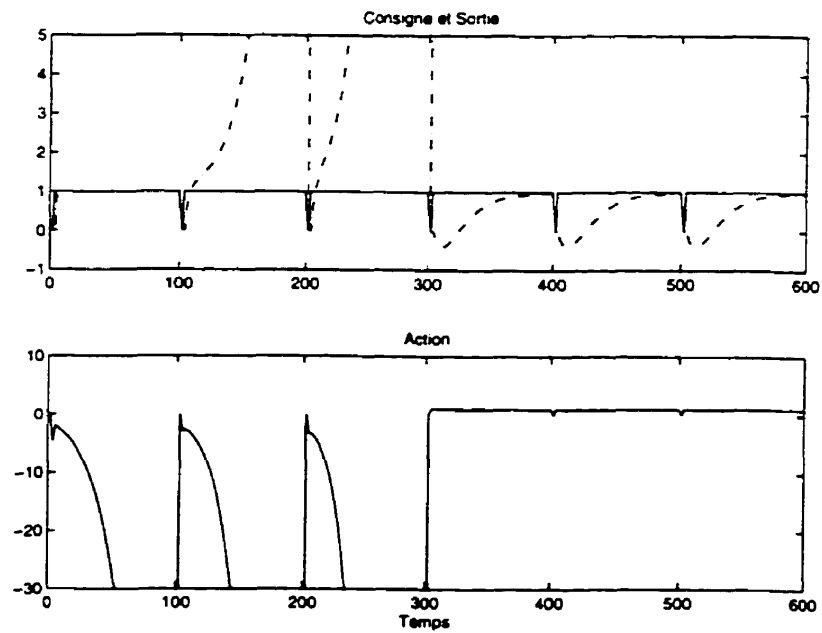


FIG. 4.5: Effet de H^P sur la sortie du procédé (4.5).

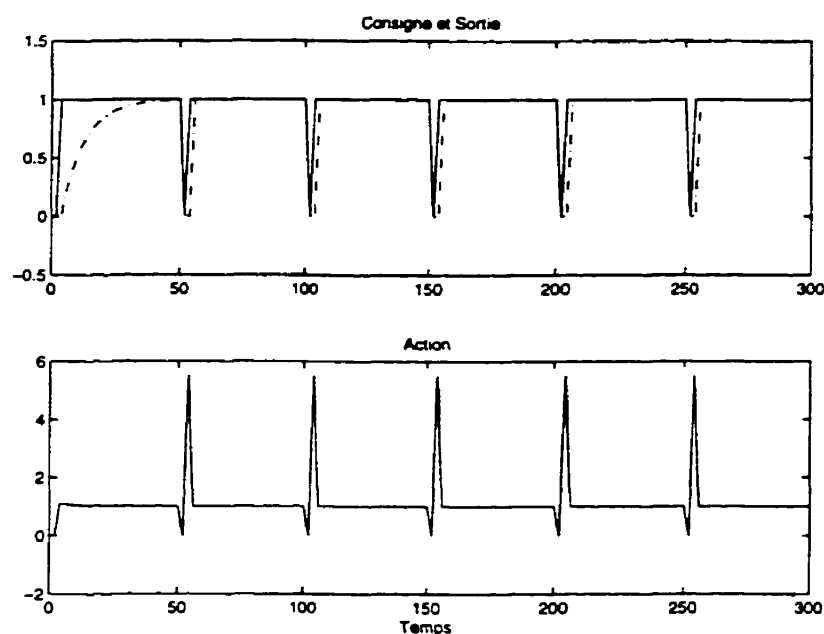


FIG. 4.6: Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.1).

- pour un procédé stable à déphasage non minimal, l'horizon de prédiction doit être assez long pour "voir" au delà du départ malin (la longueur minimale requise peut être déduite à partir des équations en boucle fermée (McIntosh 1988, Sawadogo 1992)),
- pour un procédé stable à retard, l'horizon de prédiction doit être choisi au moins égal aux périodes de retard plus un, sinon il en résulte des termes non inversibles qui ne permettent le calcul de la commande (cas du procédé (4.2)).

Effet de l'horizon de commande H^C

Pour examiner l'influence de l'horizon de commande H_T^C sur le comportement de la sortie du procédé, les paramètres de synthèse en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_T^S = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

Les figures (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) et (4.10) montrent l'effet de l'horizon de commande sur la sortie des cinq types de procédés. Les différents échelons sont effectués,

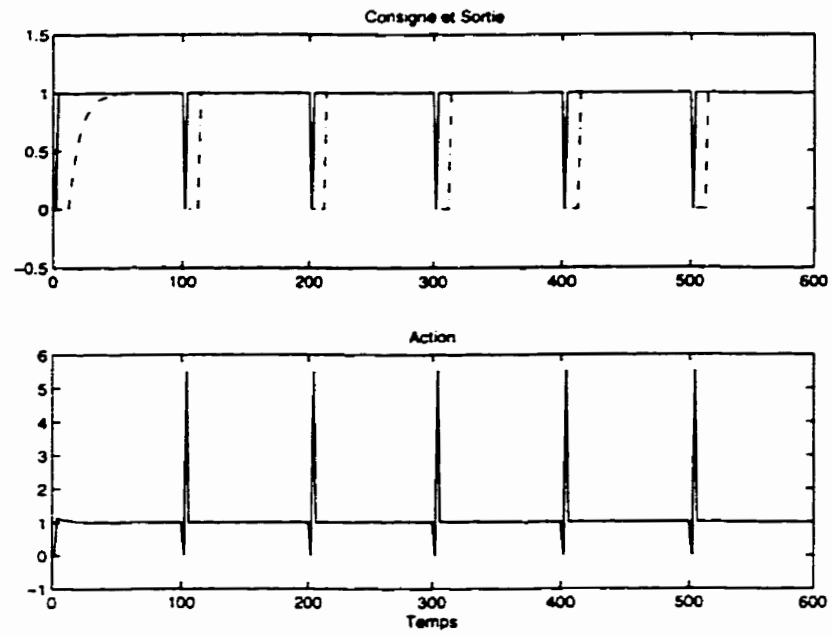


FIG. 4.7: Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.2).

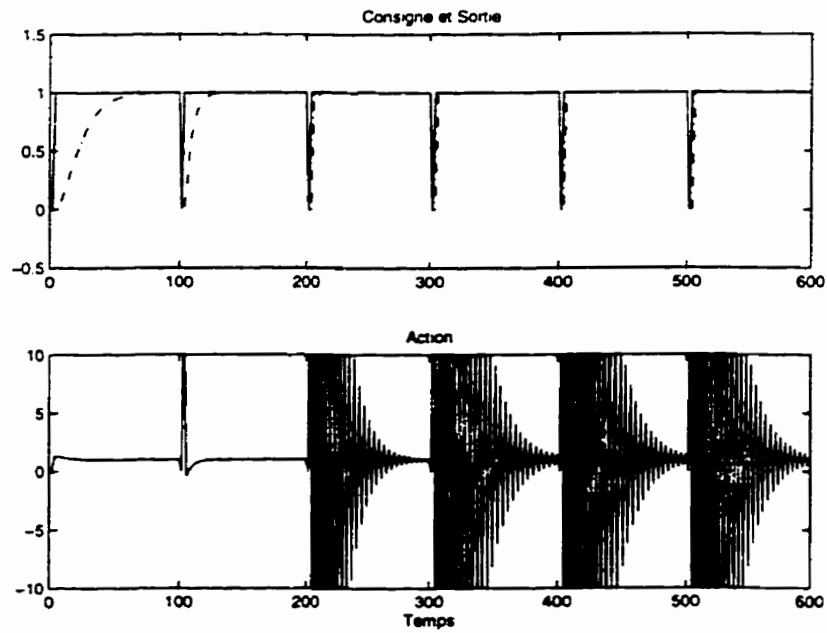


FIG. 4.8: Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.3).

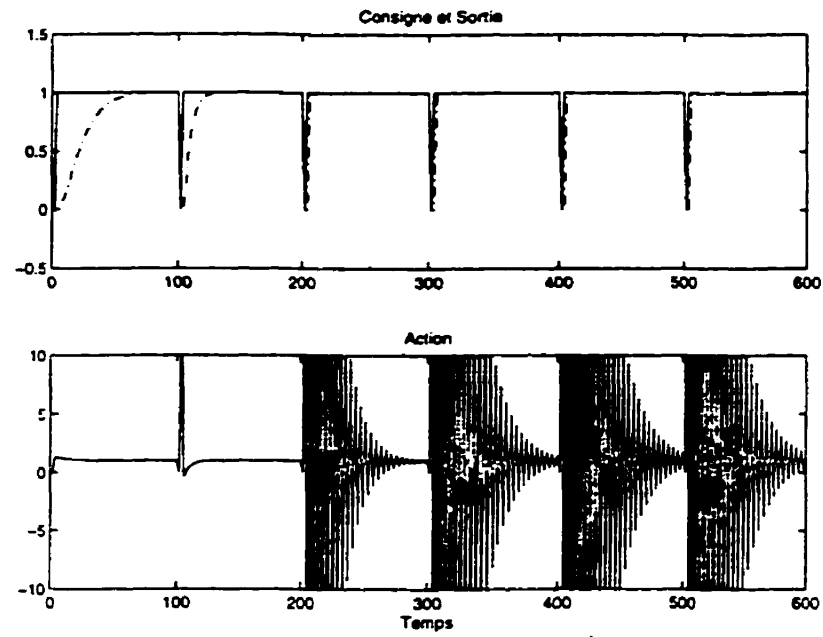


FIG. 4.9: Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.4).

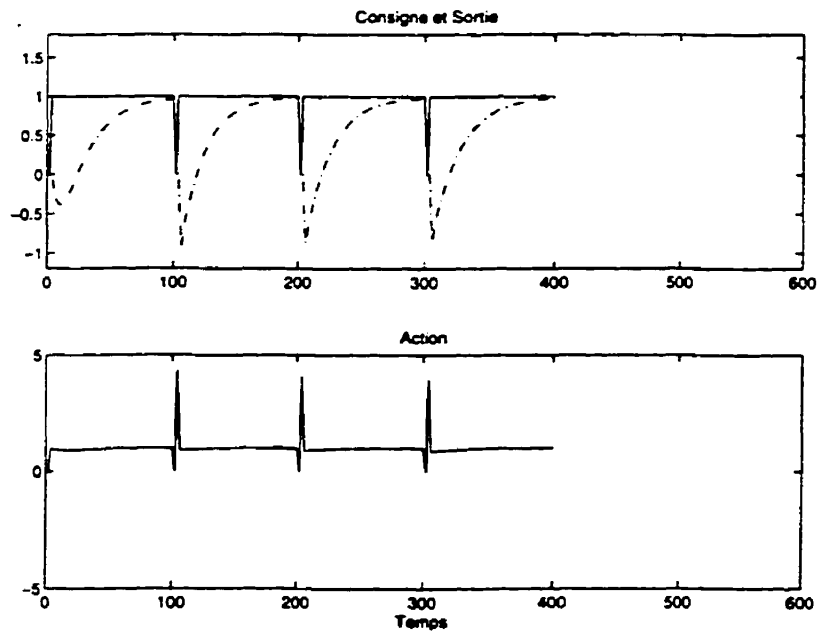


FIG. 4.10: Effet de H^C sur la sortie du procédé (4.5).

respectivement, avec différentes valeurs de H_F^C (1, 2, 10 et 15).

Après examen des cinq figures, nous pouvons constater que :

- l'augmentation de l'horizon de commande fait que le système devient plus exigeant et par conséquent les actions de commandes fournies sont plus nerveuses (cas d'un système de deuxième ordre avec un zéro instable (procédé (4.5))),
- lorsque l'horizon de commande est choisi égal à l'horizon de prédiction qui lui-même est égal à l'ordre du procédé alors la réponse obtenue est la réponse pile,
- la valeur typique de H^C , dans le cas de procédés stables, est la valeur unitaire car elle permet des performances satisfaisantes (une réponse du système global similaire à celle du procédé en boucle ouverte) sans exiger des valeurs considérables de la commande.

D'un autre côté, l'horizon de commande conditionne les dimensions des matrices et vecteurs impliqués pour le calcul de la loi de commande : plus ce paramètre est choisi petit et plus le volume de calcul diminue. En plus si $H^C = 1$, ceci permet d'éviter des inversions de matrices lors des calculs de la loi de commande. D'où l'intérêt de choisir ce paramètre le plus petit possible (égal à un ou deux selon les performances exigées).

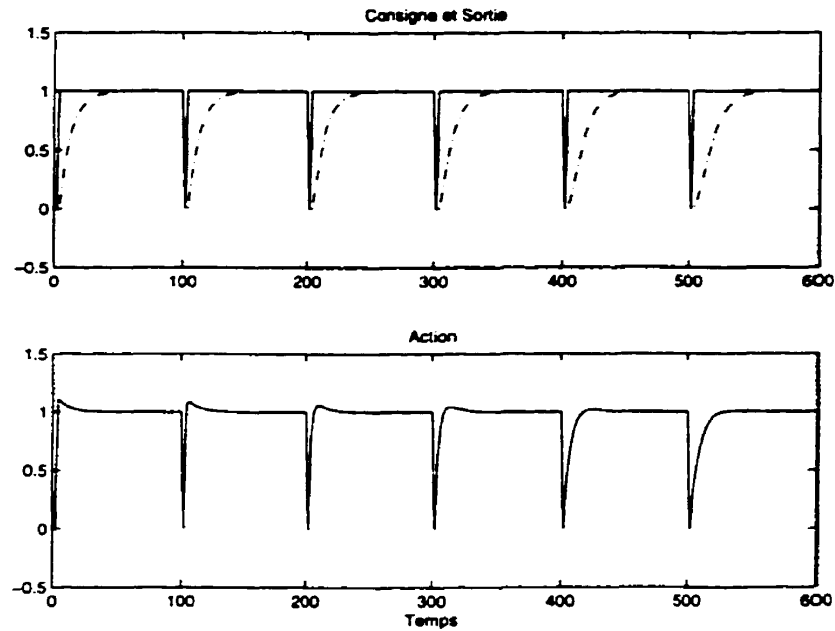


FIG. 4.11: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.1).

Effet de la pondération statique sur la commande

Pour réaliser l'effet de la pondération statique λ_T sur le comportement de la sortie du procédé, les paramètres de synthèse sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$. $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$ et tous les filtres sont égaux à un.

Les figures (4.11), (4.12), (4.13), (4.14), et (4.15) montrent l'effet de la pondération statique λ_T sur le comportement des cinq différents systèmes étudiés. Les différents échelons sont effectués, respectivement, avec différentes valeurs de λ_T (0, 1, 10, 20, 50 et 80).

Ce paramètre de réglage λ permet de pondérer les variations brusques du signal de commande. Plus λ est élevé et plus la commande optimale fournie est douce. Si λ est nulle, la minimisation du critère est effectuée sans tenir compte des mouvements de la commande.

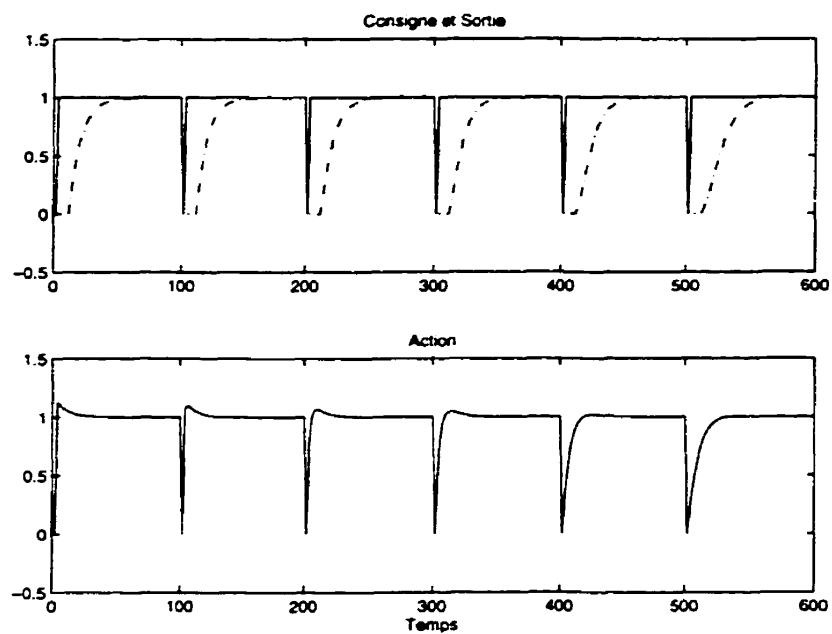


FIG. 4.12: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.2).

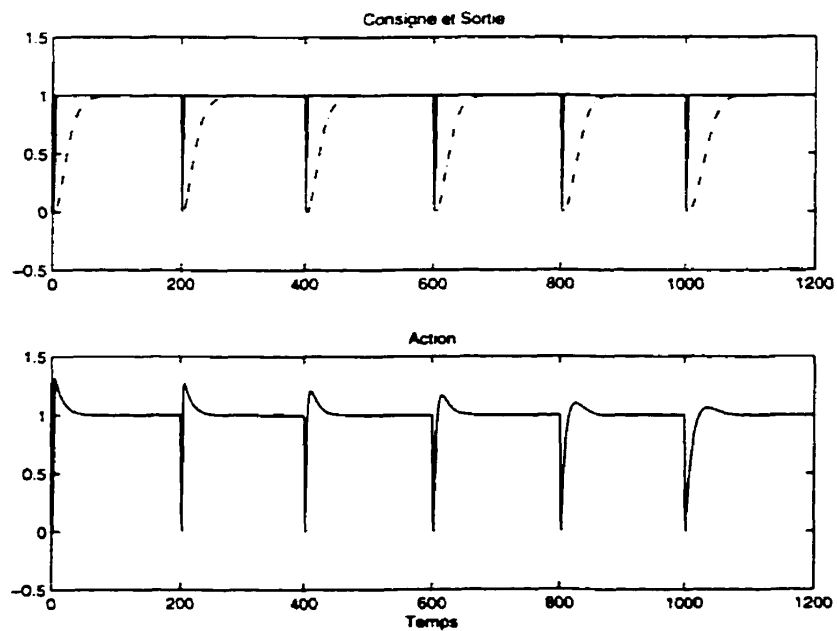


FIG. 4.13: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.3).

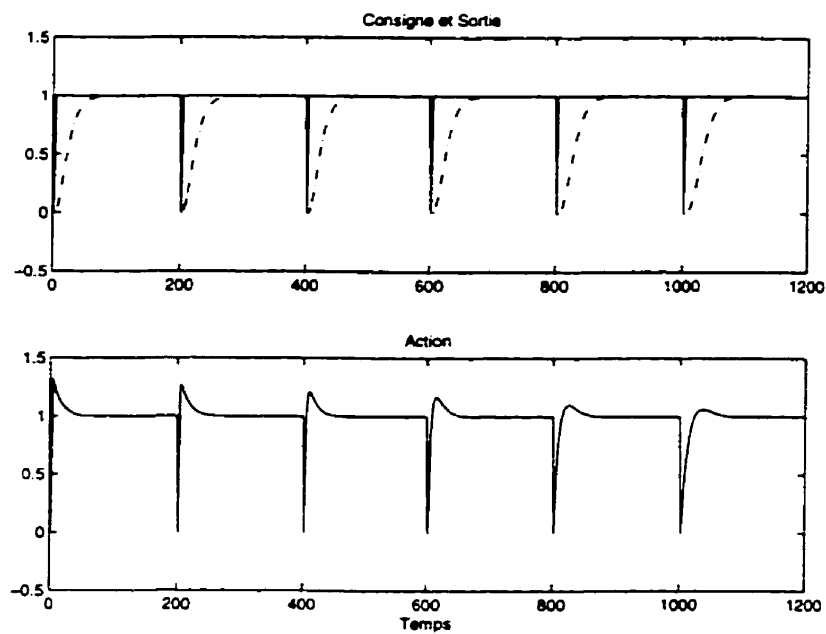


FIG. 4.14: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.4).

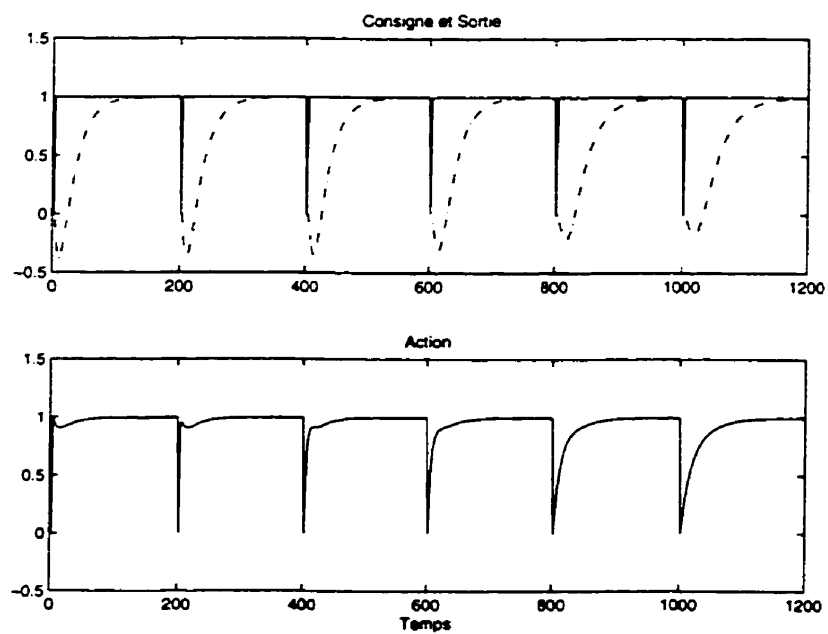


FIG. 4.15: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.5).

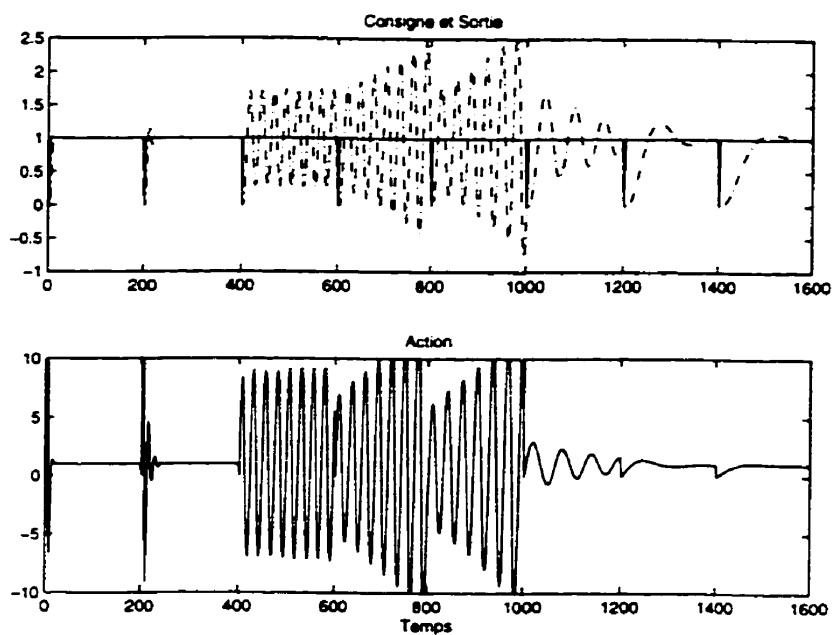


FIG. 4.16: Effet de la pondération sur la commande du procédé (4.3).

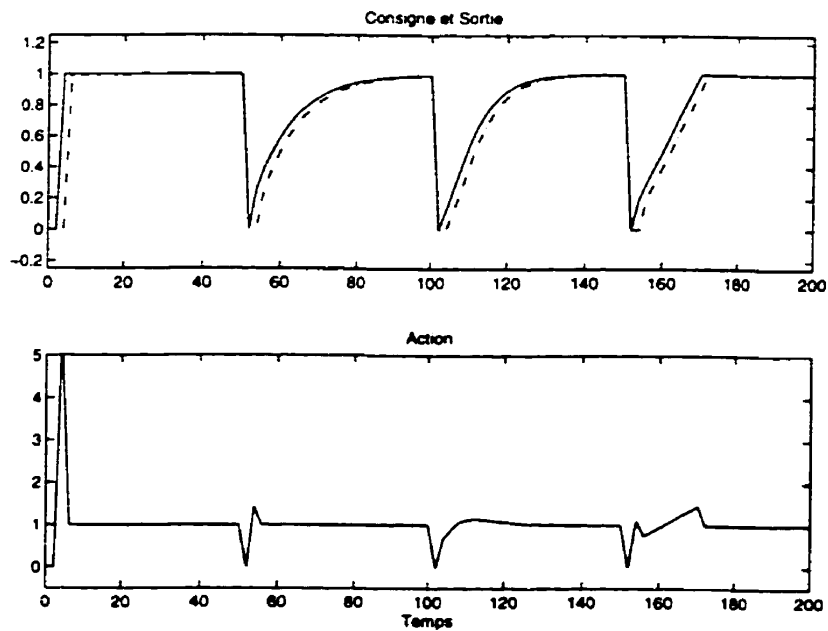


FIG. 4.17: Effet du modèle de référence sur le comportement du procédé (4.1).

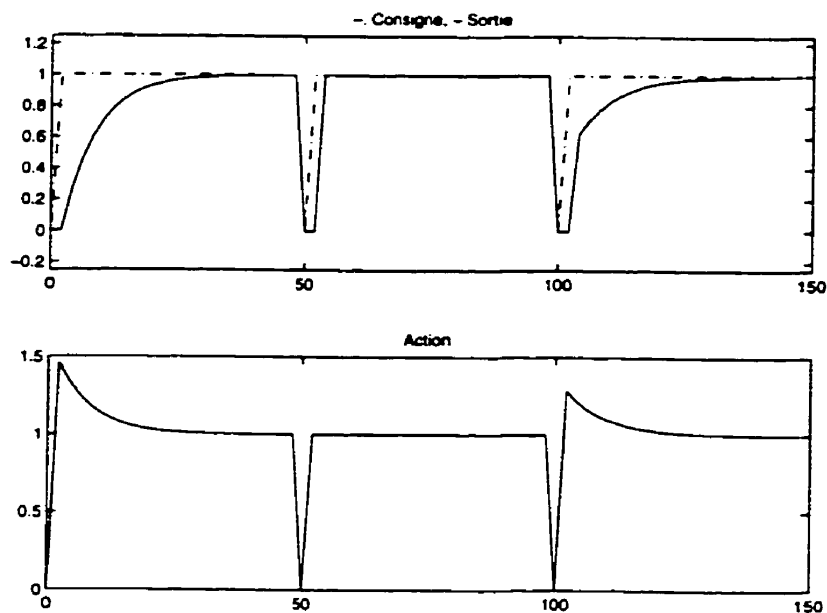


FIG. 4.18: Effet du filtre appliqué sur la sortie du procédé (4.1).

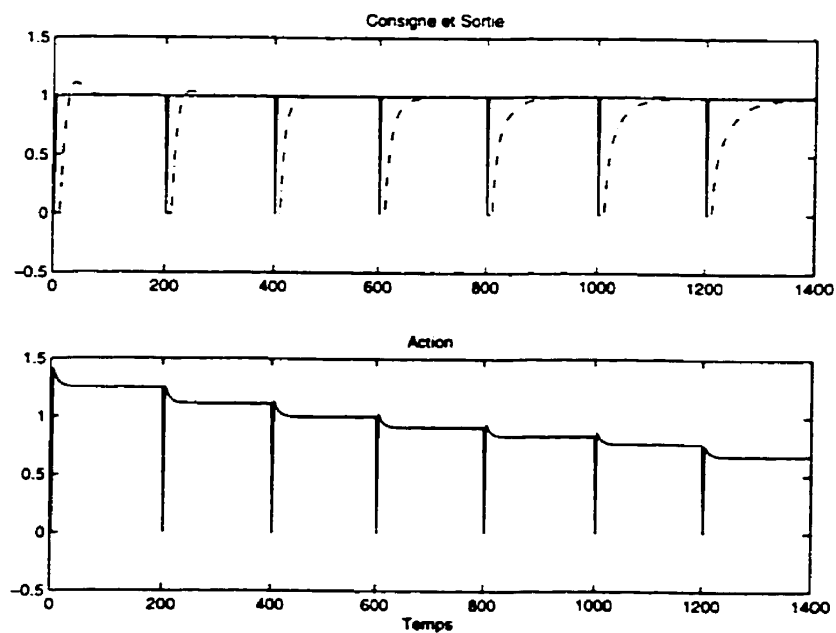


FIG. 4.19: Effet de l'erreur de modélisation sur le gain du procédé (4.2).

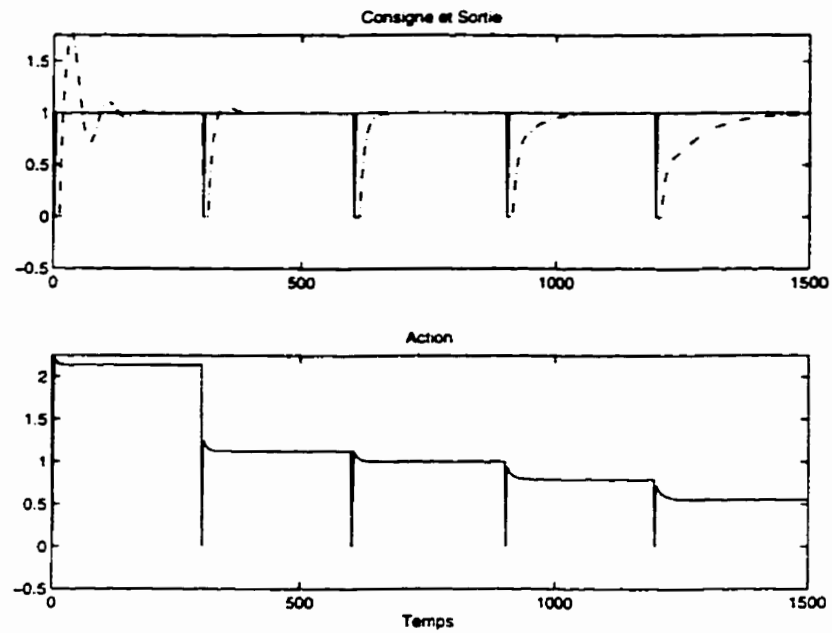


FIG. 4.20: Effet de l'erreur de modélisation sur la dynamique du procédé (4.2).

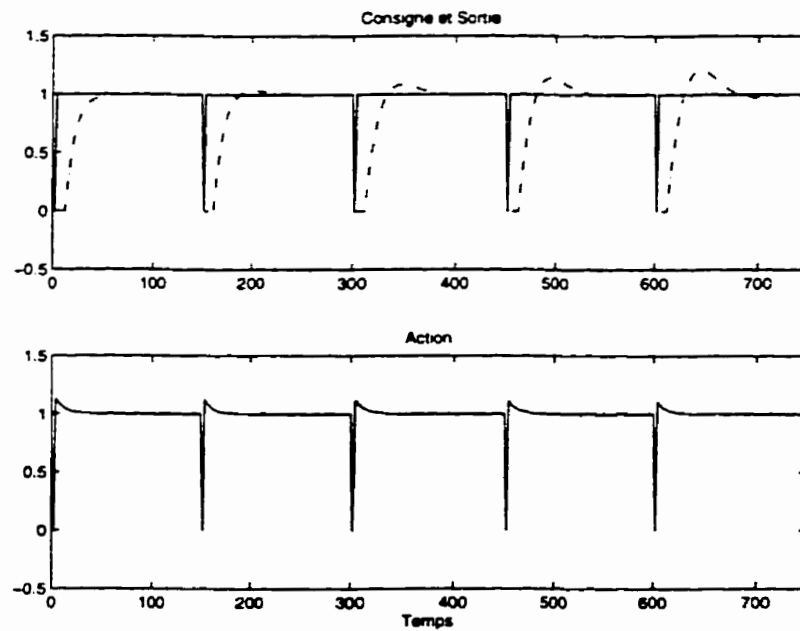


FIG. 4.21: Effet de l'erreur de modélisation au niveau du retard du procédé (4.2).

Le choix de λ dépend aussi de la valeur de l'horizon de prédiction (Sawadogo 1992). En effet si ce dernier paramètre n'est pas choisi suffisamment grand, le système en boucle fermé devient instable pour une certaine plage de valeur de λ . La figure (4.16) montre ce phénomène. Les paramètres sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 2$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$ et tous les filtres sont égaux à un.

Les différents échelons sont réalisés avec $\lambda_T = 0, .001, .01, .015, .02, .1, .5, 1$. Le phénomène d'instabilité de la boucle fermée est constaté pour des valeurs de λ_T comprises entre .01 et .02. Pour éviter ce problème il suffit d'augmenter la valeur de l'horizon de prédiction.

Effet du filtre appliqué sur la consigne $M_T(z^{-1})$

Comme précédemment, pour réaliser l'effet du filtre appliqué sur la consigne sur le comportement de la sortie du procédé (4.1), les paramètres de synthèse sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 1$ et tous les autres filtres sont égaux à un.

- Le premier échelon : le filtre sur la consigne est égal à un.
- Le deuxième échelon : le filtre sur la consigne est donné par la fonction de transfert discrète suivante :

$$M_T(z^{-1}) = \frac{0.0909 + 0.0909z^{-1}}{1 - 0.8182z^{-1}} \quad (4.6)$$

- Le troisième échelon : le filtre sur la consigne est donné par la fonction de transfert discrète suivante :

$$M_T(z^{-1}) = \frac{0.0278 + 0.0556z^{-1} + 0.0278z^{-2}}{1 - 1.3333z^{-1} + 0.4444z^{-2}} \quad (4.7)$$

- Le quatrième échelon : le filtre sur la consigne est donné par la fonction de transfert discrète suivante :

$$M_T(z^{-1}) = \frac{z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5} + z^{-6} + z^{-7} + z^{-8} + z^{-9} + z^{-10}}{10} \quad (4.8)$$

La figure (4.17) montre bien que le filtre appliqué sur la consigne permet de modifier la consigne et d'imposer les dynamiques désirées (en poursuite, en anticipation et/ou en régulation) que ce soient en termes de pôles ou de zéros.

Effet du filtre appliqué sur la sortie $P_T(z^{-1})$

Pour réaliser l'effet du filtre appliqué sur la sortie sur le comportement de la sortie du procédé (4.1), les paramètres sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 10$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

- Le premier échelon : le filtre appliqué sur la sortie est égal à un.
- Le deuxième échelon : le filtre appliqué sur la sortie est donné par la fonction de transfert discrète suivante :

$$P_T(z^{-1}) = \frac{1 - 0.8187z^{-1}}{0.1813z^{-1}}$$

- Le troisième échelon : le filtre appliqué sur la sortie est donné par la fonction de transfert discrète suivante :

$$P_T(z^{-1}) = \frac{1 - .625z^{-1}}{.375}$$

À partir de la figure (4.18), il ressort que le filtre appliqué sur la sortie est un autre paramètre qui permet d'imposer ou de fixer les dynamiques désirées.

4.2.2 Tests de robustesse de la GlobPC

Une mesure de la robustesse s'effectue en faisant une erreur de modélisation soit sur le gain du procédé, soit sur le délai du procédé, soit sur son temps de réponse soit sur une combinaison de celles-ci.

Erreur de modélisation sur le gain du procédé

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.2). Afin de tester l'effet d'une erreur de modélisation sur le gain, différents échelons sont effectués en boucle fermée avec différents pourcentages d'erreurs de modélisation sur le gain : -20 , -10 , $+10$, $+20$, $+30$, $+40$, et $+50$ pourcent. Les paramètres de réglage sont fixés à partir de la réponse du système nominal. La figure (4.19) donne le résultat du test qui montre la robustesse de cette loi de commande quant aux erreurs de modélisation sur le gain.

Erreur de modélisation sur le temps de réponse du procédé

Le procédé considéré est toujours celui de l'équation (4.2) avec les mêmes conditions. Pour tester la réponse du système avec une erreur de modélisation sur le temps de réponse, différents échelons sont effectués en boucle fermée avec d'autres modèles de procédés à la place du modèle du procédé (4.2) :

- le premier échelon : le modèle considéré a une dynamique plus rapide que celle du modèle du procédé (1.34 fois plus rapide).

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.6123z^{-1}} z^{-4} \quad (4.9)$$

- le deuxième échelon : le modèle considéré a une dynamique plus rapide que celle du modèle du procédé (1.1 fois plus rapide).

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.7954z^{-1}} z^{-4} \quad (4.10)$$

- le troisième échelon : le modèle considéré a la même dynamique que celle du

modèle du procédé (pas d'erreur de modélisation).

- le quatrième échelon : le modèle considéré a une dynamique proche de celle du modèle du procédé (0.96 fois celle du procédé).

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.8567z^{-1}} z^{-4} \quad (4.11)$$

- le cinquième échelon le modèle considéré a une dynamique plus lente que celle du modèle du procédé (0.9 fois celle du procédé).

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1813z^{-1}}{1 - 0.9001z^{-1}} z^{-4} \quad (4.12)$$

La figure (4.20) donne le résultat du test qui montre la robustesse de cette loi de commande quant aux erreurs de modélisation sur la dynamique du procédé.

Erreur de modélisation sur le retard du procédé

Le procédé considéré est toujours celui de l'équation (4.2) sous les mêmes conditions de réglage que précédemment. Afin de tester la réponse du système avec une erreur de modélisation sur le retard, différents échelons sont effectués en boucle fermée avec différentes erreurs sur le retard.

- le premier échelon : pas d'erreur de modélisation,
- le deuxième échelon : le procédé a une période de retard de moins que le modèle.
- le troisième échelon : le procédé a deux périodes de retard de moins que le modèle,
- le quatrième échelon : le procédé a trois périodes de retard de moins que le modèle,
- le cinquième échelon : le procédé a quatre périodes de retard de moins que le modèle.

La figure (4.21) donne le résultat du test qui montre la robustesse de cette loi de commande quant aux erreurs de modélisation sur le retard du procédé.

Conclusion

À partir des figures (4.19), (4.20) et (4.21) et de plusieurs autres résultats de simulation, il est évident que la loi de commande GlobPC possède un niveau de robustesse intéressant quant aux erreurs inévitables de modélisation. En plus cette loi de commande traite les erreurs de modélisation de la même façon que les perturbations non mesurables. Il ressort, donc, que la GlobPC possède un niveau de robustesse intéressant quant aux perturbations non mesurables.

4.2.3 Exemples de réglage de procédés multivariables

Cette partie présente des exemples de réglage de procédés multivariables avec l'algorithme de la commande prédictive globale. Ceci permettra de comparer les résultats de ces exemples avec ceux des mêmes exemples qui seront réalisés par d'autres algorithmes. Les fonctions de transfert (en s) des procédés considérés sont données par les équations (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) et (4.17). Particulièrement, les procédés des équations (4.14) et (4.17) sont tirés de la littérature (McAvoy 1983).

$$P_{22}^1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1-20s}{(1+10s)(1+15s)} & \frac{3}{1+10s} \\ \frac{3}{1+10s} & \frac{4}{1+10s} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$P_{22}^2(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.805}{(1+18.3s)(1+5.6s)} & \frac{0.055}{(1+5.76s)(1+1.25s)} \\ \frac{-0.456}{(1+28.3s)(1+.62s)} & \frac{-0.055}{1+3.3s} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$P_{33}^1(s) = \begin{bmatrix} \frac{4}{(1+10s)} & \frac{2}{(1+15s)} & \frac{1.5}{(1+20s)} \\ \frac{.5}{(1+18s)} & \frac{1}{1+7.76s} & \frac{1}{(s)} \\ \frac{.05}{(1+10s)(1+3.3s)} & \frac{4}{1+15s} & \frac{1}{(1+6.3s)} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$P_{33}^2(s) = \begin{bmatrix} \frac{4(1-10s)}{(1+20s)(1+15s)} & \frac{2}{(1+15s)} & \frac{1.5}{(1+20s)} \\ \frac{.5}{(1+18s)} & \frac{1}{1+7.76s} & \frac{1}{(s)} \\ \frac{.05}{(1+10s)(1+3.3s)} & \frac{4}{1+15s} & \frac{1}{(1+6.3s)} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$P_{33}^3(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.318e^{-2s}}{(1+20s)} & \frac{.333e^{-4s}}{(s)} & \frac{-.11e^{-12s}}{s} \\ \frac{.038(182s+1)}{(1+27s)(10s+1)(6.5s+1)} & \frac{.36}{s} & \frac{-.12e^{-2s}}{s(1+14s)(1+8s)} \\ \frac{.313}{s(1+29s)(1+17s)} & \frac{-2.222}{s(1+10s)(1+6.7s)} & \frac{1.563}{s(1+17s)} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Notons les remarques suivantes concernant les tests de simulation :

- la discrétisation permettant le passage de ces procédés à l'espace d'état s'effectue avec une période d'échantillonnage égale à 2 pour les procédés des équations (4.13), (4.15), (4.16) et (4.17) et d'une valeur égale à 1 pour le procédé de l'équation (4.14),
- dans ces exemples de simulation, nous supposons qu'il n'y a pas de perturbations mesurables, ce qui implique l'absence du bloc de contrôle en anticipation,
- dans presque tous les tests de simulation les changements des différentes consignes ne se font pas en même temps, pour voir aussi bien l'effet du découplage que le comportement des différentes sorties.

Remarque 2

Les pondérations des entrées et sorties dans le cas multivariable sont des matrices prises diagonales....

Pour simplifier l'écriture w_T et λ_T

Premier exemple 2×2

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.13). Les figures (4.22), (4.23) et (4.24) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.13) suite à quelques exemples de réglage :

- Pour l'exemple 1, il n'y a pas d'erreur de modélisation, les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$, tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 2 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage mais avec l'horizon de prédiction en poursuite égal à 10.

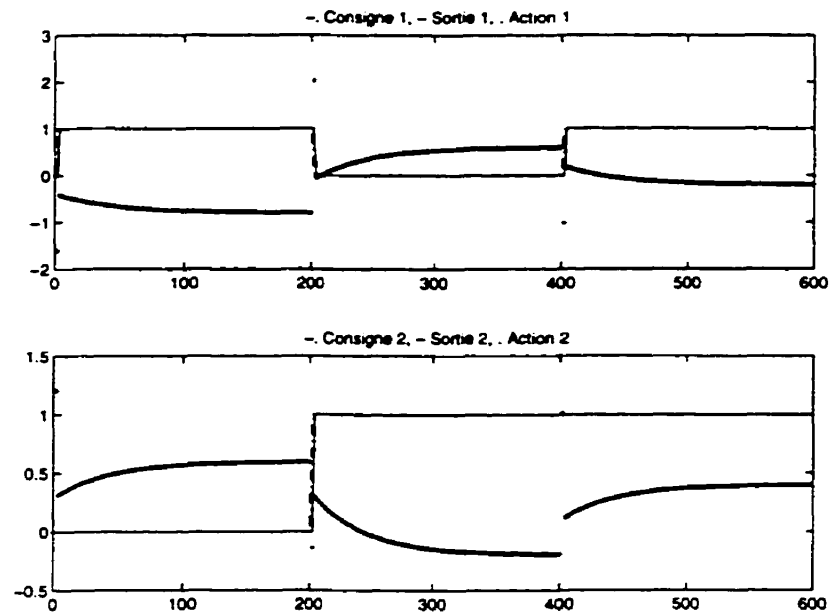


FIG. 4.22: GlobPC multivariable : exemple 1.

- L'exemple 3 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple 2 mais avec une erreur de modélisation de +10 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -10 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. les paramètres de réglage en régulation sont les mêmes que ceux en poursuite sauf pour l'horizon de prédiction $H_R^P = 1$.

Deuxième exemple 2×2

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.14). Les figures (4.25), (4.26) et (4.27) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.14) suite à quelques exemples de réglage :

- Pour l'exemple 4, il n'y a pas d'erreur de modélisation, les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$, tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 5, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage que l'exemple 4 mais avec une pondération sur la première com-

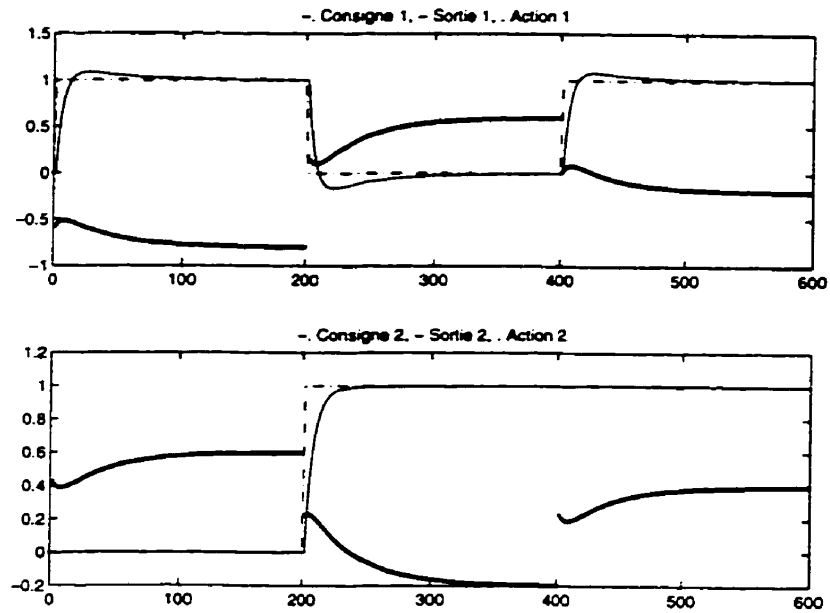


FIG. 4.23: GlobPC multivariable : exemple 2.

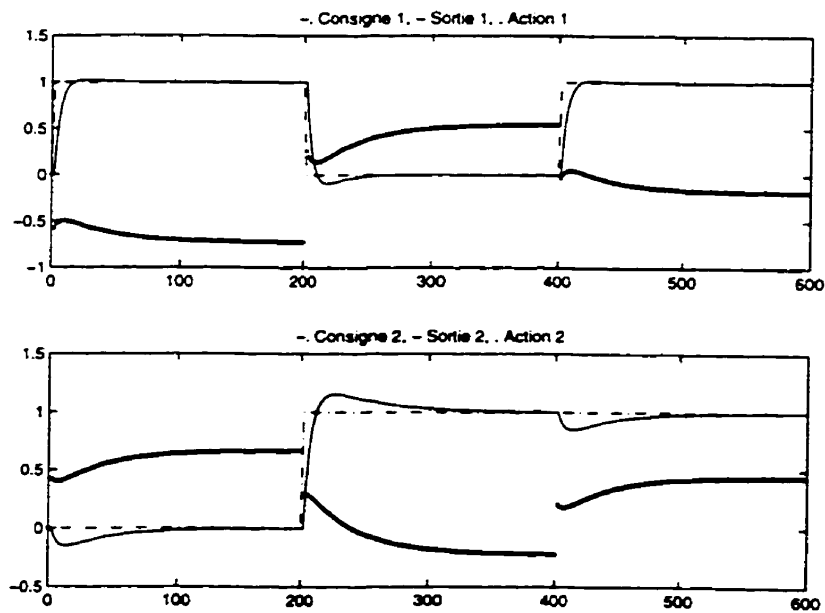


FIG. 4.24: GlobPC multivariable : exemple 3.

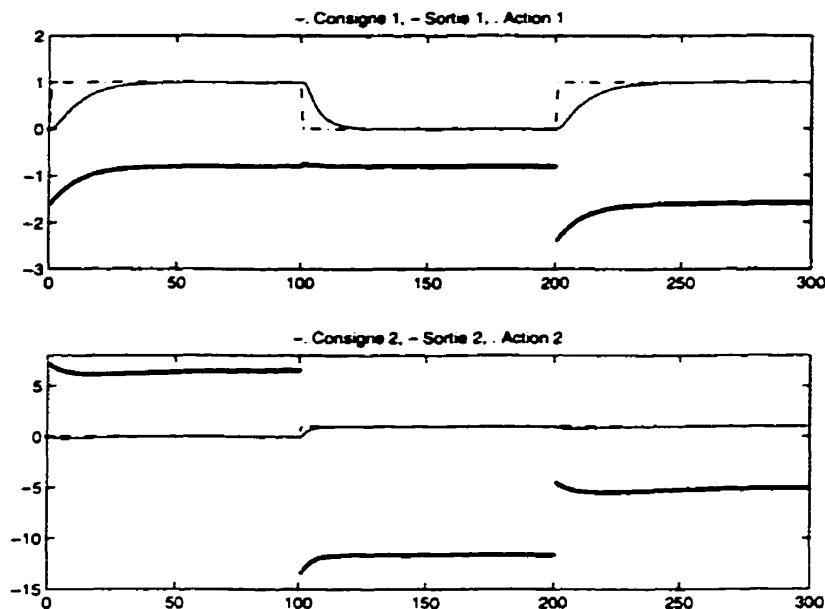


FIG. 4.25: GlobPC multivariable : exemple 4.

mande égale à 10 et une pondération sur la deuxième commande égale à 1.

- Dans l'exemple 6, il y a une erreur de modélisation de +20 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -20 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage en poursuite et en régulation sont les mêmes que ceux fixés dans l'exemple 5.

Premier exemple 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.15). Les figures (4.28), (4.29) et (4.30) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.15) suite à quelques exemples de réglage :

- Pour l'exemple 7, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$. $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 8, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage que l'exemple 7 mais avec un horizon de prédiction égal à 10.

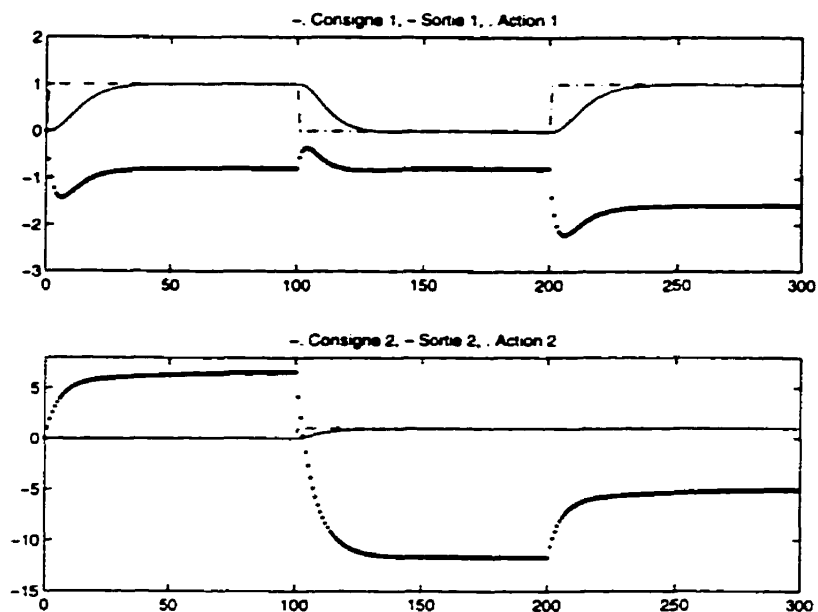


FIG. 4.26: GlobPC multivariable : exemple 5.

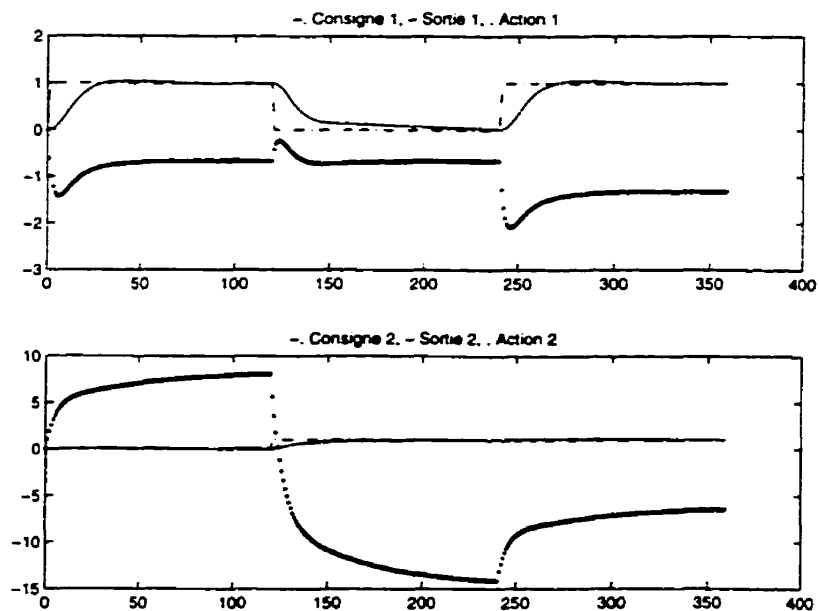


FIG. 4.27: GlobPC multivariable : exemple 6.

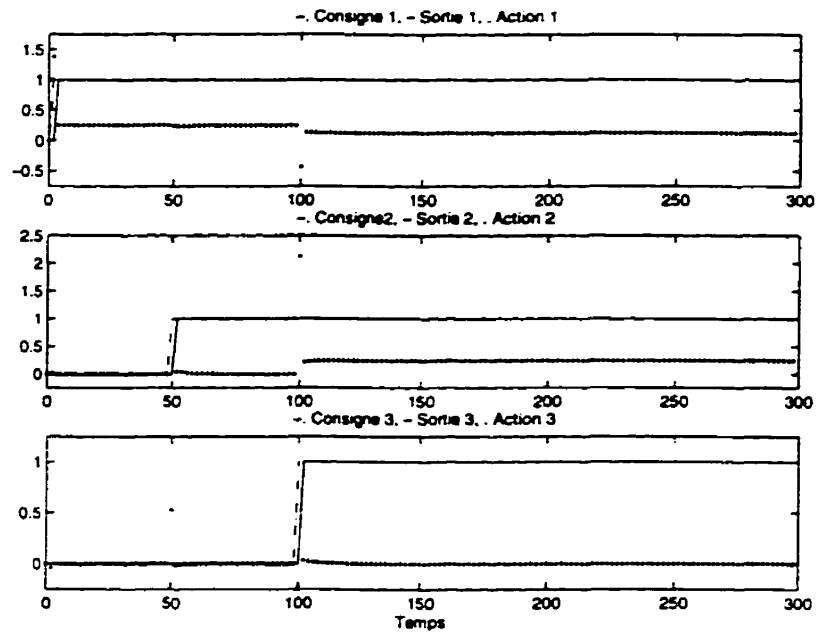


FIG. 4.28: GlobPC multivariable : exemple 7.

- L'exemple 9 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple précédent mais avec une erreur de modélisation de +20 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée, de -20 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée et de +20 pour cent sur les gains relatifs à la troisième entrée. Les paramètres de réglage en régulation sont choisis les mêmes que ceux en poursuite.

Deuxième exemple 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.16). Les figures (4.31), (4.32) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.16) suite à quelques exemples de réglage :

- Pour l'exemple 10, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 15$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$. $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 11 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage, en poursuite, que l'exemple précédent mais avec une erreur de

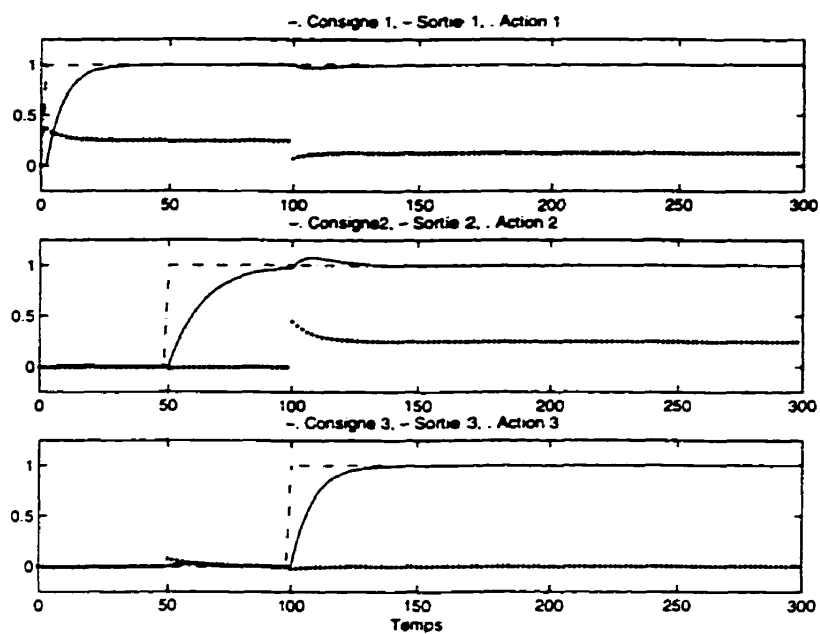


FIG. 4.29: GlobPC multivariable : exemple 8.

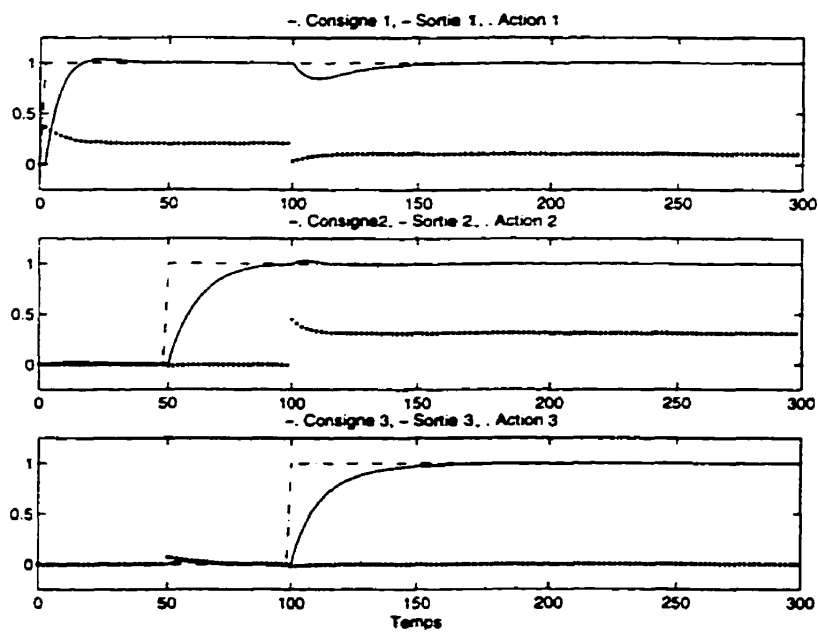


FIG. 4.30: GlobPC multivariable : exemple 9.

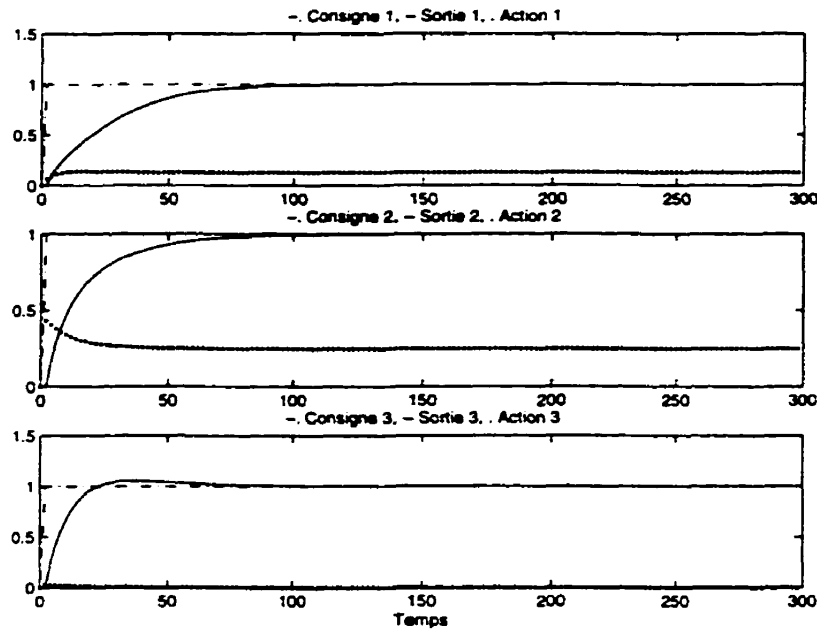


FIG. 4.31: GlobPC multivariable : exemple 10.

modélisation de +20 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée, de -20 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée et de +10 pour cent sur les gains relatifs à la troisième entrée. Les paramètres de réglage en régulation sont les mêmes que ceux en poursuite.

Troisième exemple 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.17). Les figures (4.33), (4.34) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.17) suite à quelques exemples de réglage :

- Pour l'exemple 12, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 10$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 13, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage que l'exemple 12 mais avec des pondérations sur les trois commandes dont les valeurs sont de 10.

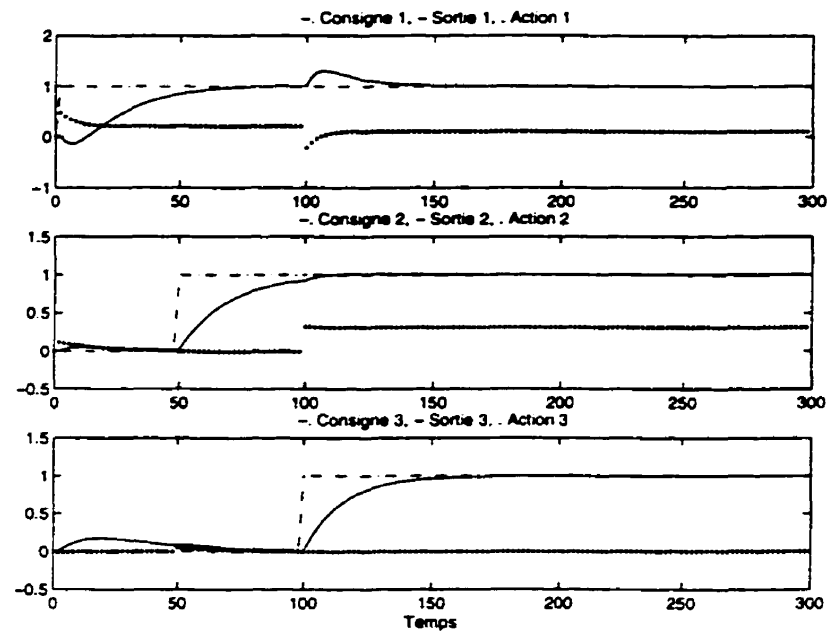


FIG. 4.32: GlobPC multivariable : exemple 11.

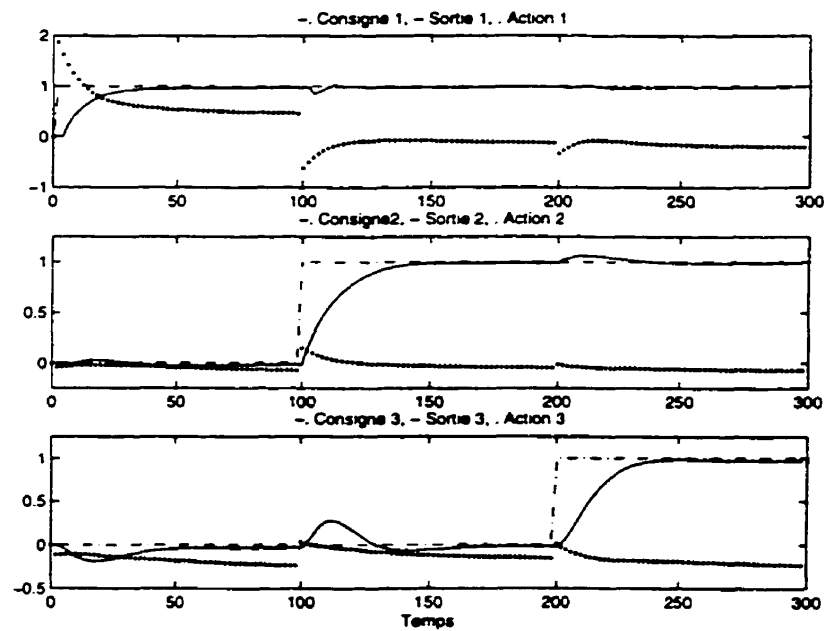


FIG. 4.33: GlobPC multivariable : exemple 12.

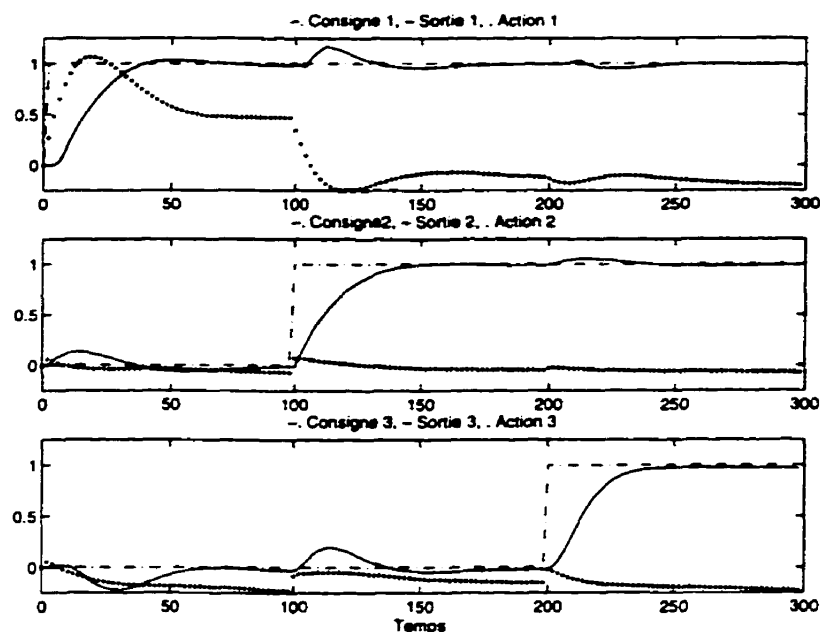


FIG. 4.34: GlobPC multivariable : exemple 13.

4.3 GlobPC multivariable avec découplage optimal

Cette partie présente des exemples de réglage de procédés multivariables (ceux des équations (4.13) et (4.14)) réalisés par l'algorithme de la GlobPC utilisant des découpleurs optimaux. Les résultats obtenus sont analysés et comparés à ceux obtenus par l'algorithme de la GlobPC multivariable. Deux types de structure sont testées : la structure à découplage optimal simple et la structure à découplage optimal inversé.

4.3.1 Découplage simple

Cette partie présente des exemples de réglage de procédés 2×2 (des équations 4.13) et (4.14)) avec l'algorithme de la commande prédictive globale utilisant des découpleurs optimaux simples.

Test sur le procédé 2×2 de l'équation (4.13)

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.13). Les figures (4.35), (4.36) et (4.37) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.13) suite à quelques types de réglage (presque les mêmes que ceux adoptés dans le cas de l'approche GlobPC multivariable) :

- Pour l'exemple 14, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des quatre blocs de contrôle en poursuite et en anticipation sont fixés aux valeurs suivantes : $H_{T,F}^P = 1$, $H_{T,F}^S = 1$, $H_{T,F}^C = 1$, $w_{T,F} = 1$, $\lambda_{T,F} = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 15, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que le cas précédent mais avec l'horizon de prédiction dans les deux blocs en poursuite égal à 10 et celui dans les deux blocs en anticipation égal à 1.
- l'exemple 16, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que l'exemple 15 mais avec une erreur de modélisation de +10 % sur le gain relatif à la première entrée et de -10 % sur le gain relatif à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des 2 blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

Les résultats de simulation données aux figures (4.35), (4.36) et (4.37) sont presque les mêmes que ceux obtenus dans le cas de l'algorithme GlobPC multivariable.

Test sur le procédé 2×2 de l'équation (4.14)

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.14). Les figures (4.38), (4.39) et (4.40) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.14) suite à quelques types de réglage :

- Pour l'exemple 17, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des quatre blocs de contrôle en poursuite et en anticipation sont fixés

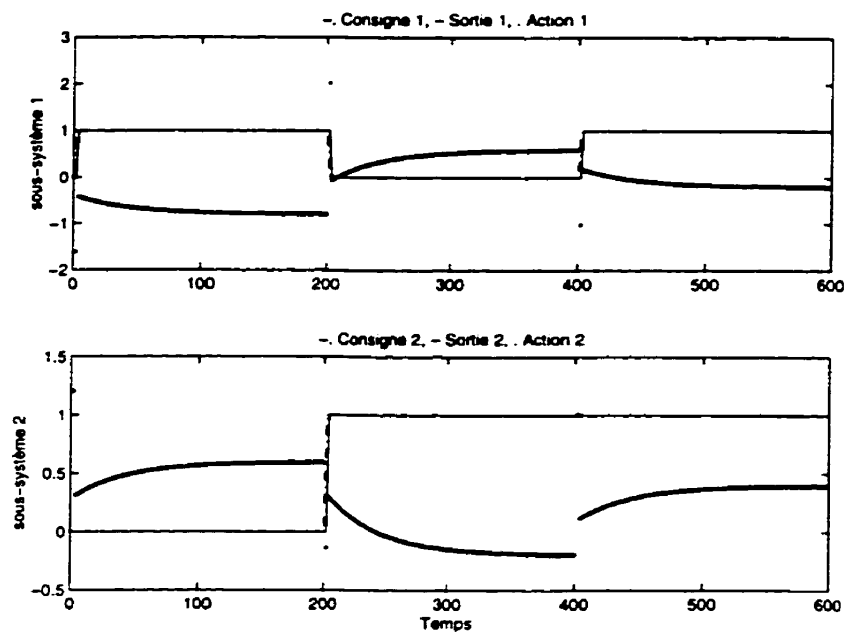


FIG. 4.35: Découplage simple : exemple 14.

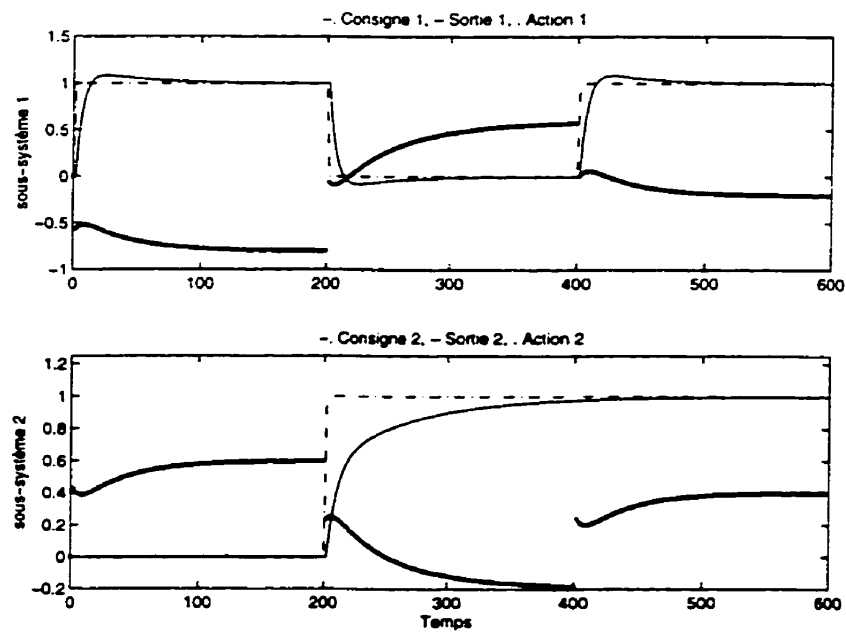


FIG. 4.36: Découplage simple : exemple 15.

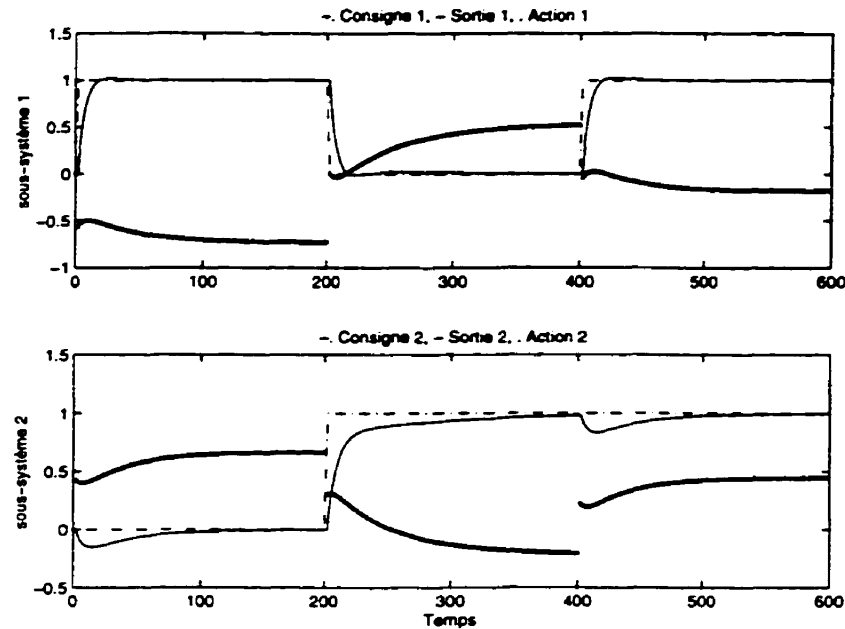


FIG. 4.37: Découplage simple : exemple 16.

aux valeurs suivantes : $H_{T,F}^P = 30$, $H_{T,F}^S = 1$, $H_{T,F}^C = 1$, $w_{T,F} = 1$, $\lambda_{T,F} = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

- L'exemple 18, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que le précédent mais avec des pondérations sur la première commande égales à 10 et sur la deuxième commande égales à 0.1. Les pondérations ajoutées permettent d'adoucir les commandes.
- L'exemple 19, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que l'exemple 18 mais avec une erreur de modélisation de +20 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -20 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des 2 blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

En comparant ces résultats à ceux réalisés avec l'algorithme GlobPC multivariable, on constate que les comportement des sorties sont très proches.

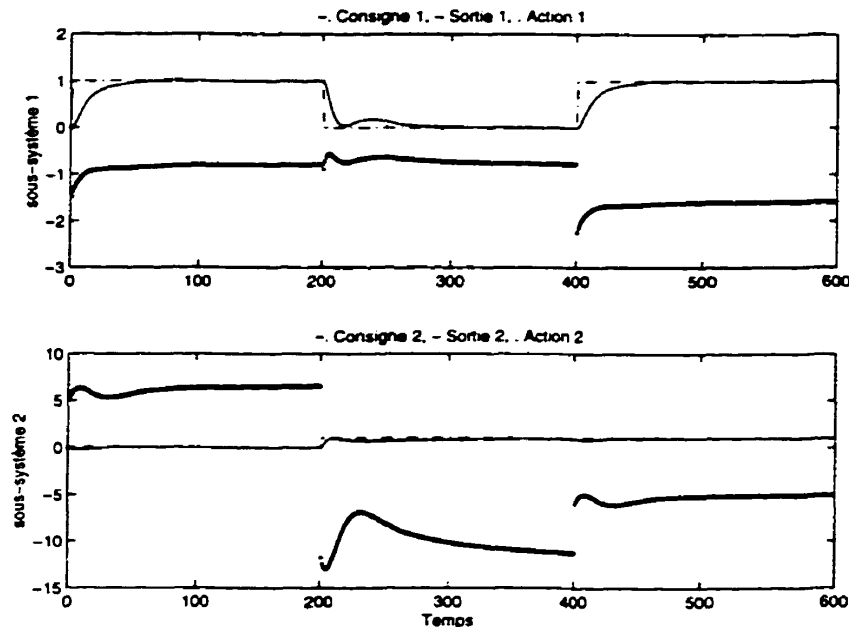


FIG. 4.38: Découplage simple : exemple 17.

4.3.2 Découplage inversé

Cette partie présente des exemples de réglage de procédés 2×2 (des équations 4.13) et (4.14)) avec l'algorithme de la commande prédictive globale utilisant des découpleurs optimaux inversés.

Test sur le procédé 2×2 de l'équation (4.13)

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.13). Les figures (4.41), (4.42) et (4.43) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.13) suite à quelques types de réglage :

- Pour l'exemple 20, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des quatre blocs de contrôle en poursuite et en anticipation sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_F^P = 1$, $H_{T,F}^S = 1$, $H_{T,F}^C = 1$, $w_{T,F} = 1$, $\lambda_{T,F} = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 21, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage

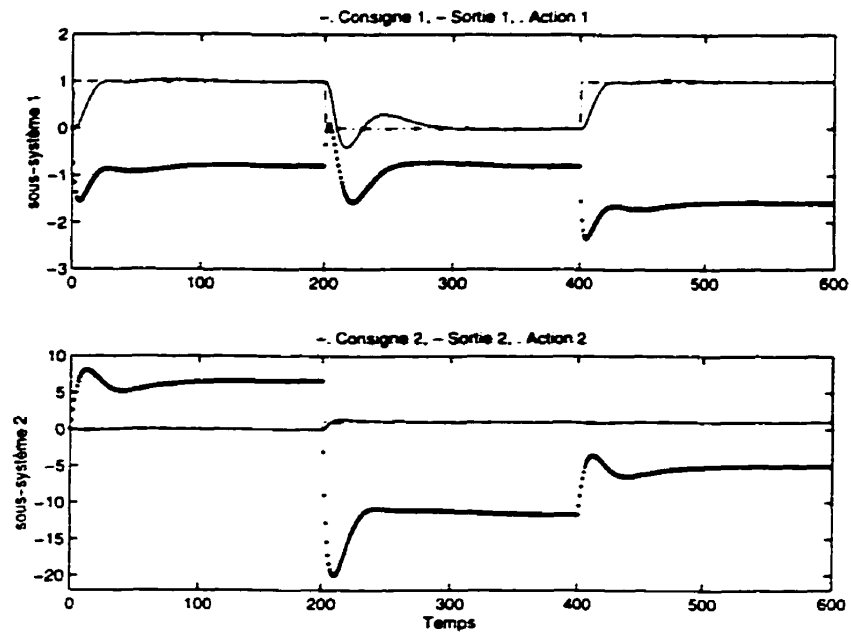


FIG. 4.39: Découplage simple : exemple 18.

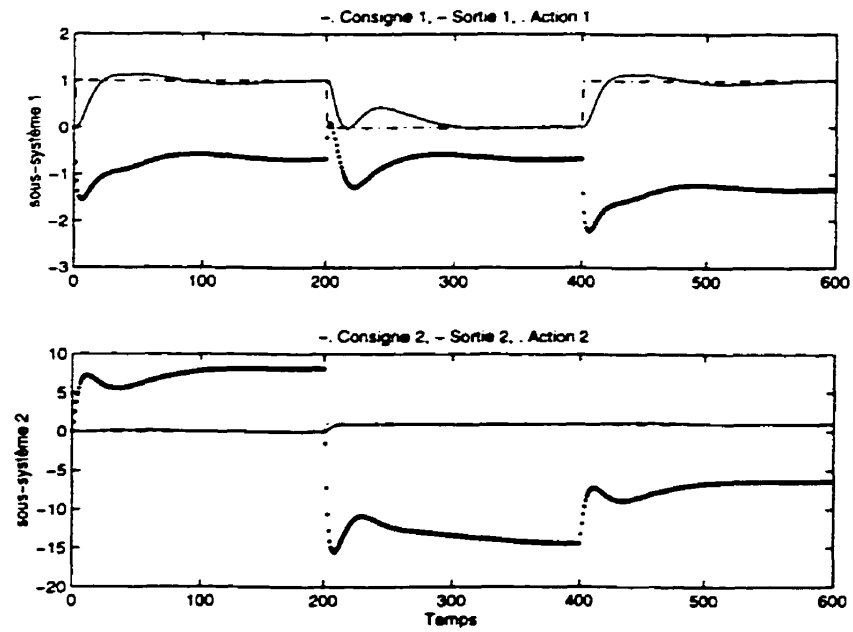


FIG. 4.40: Découplage simple : exemple 19.

des quatre blocs de contrôle en poursuite et en anticipation sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 15$, $H_F^P = 1$, $H_{T,F}^S = 1$, $H_T^C = 2$, $H_F^C = 1$, $w_{T,F} = 1$, $\lambda_{T,F} = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

- L'exemple 22, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que l'exemple 21 mais avec une erreur de modélisation de +10 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -10 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des deux blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

Pour ce test du procédé (4.13), il a fallu choisir des paramètres de réglage assez différents de ceux choisis dans le cas de l'algorithme GlobPC multivariable pour que les résultats de simulation soient presque les mêmes que ceux obtenus dans le cas de l'algorithme GlobPC multivariable.

Les figures (4.41), (4.42) et (4.43) montrent la présence d'un départ malin au niveau de la première sortie du procédé, indiquant la présence d'un déphasage non minimal, celui du premier sous-système. Ceci s'explique par le fait que le réglage d'un procédé 2×2 par l'approche du découplage optimal inversé se ramène au réglage de deux sous-systèmes monovariabiles en considérant les actions de commande sur les branches croisées comme des perturbations mesurables dont l'effet est estimé et ensuite éliminé.

Test sur le procédé 2×2 de l'équation (4.14)

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.14). Les figures (4.44), (4.45) et (4.46) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.14) suite à quelque types de réglage.

- Pour l'exemple 23, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des quatre blocs de contrôle en poursuite et en anticipation sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_F^P = 2$, $H_{T,F}^S = 1$, $H_{T,F}^C = 1$, $w_{T,F} = 1$, $\lambda_{T,F} = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

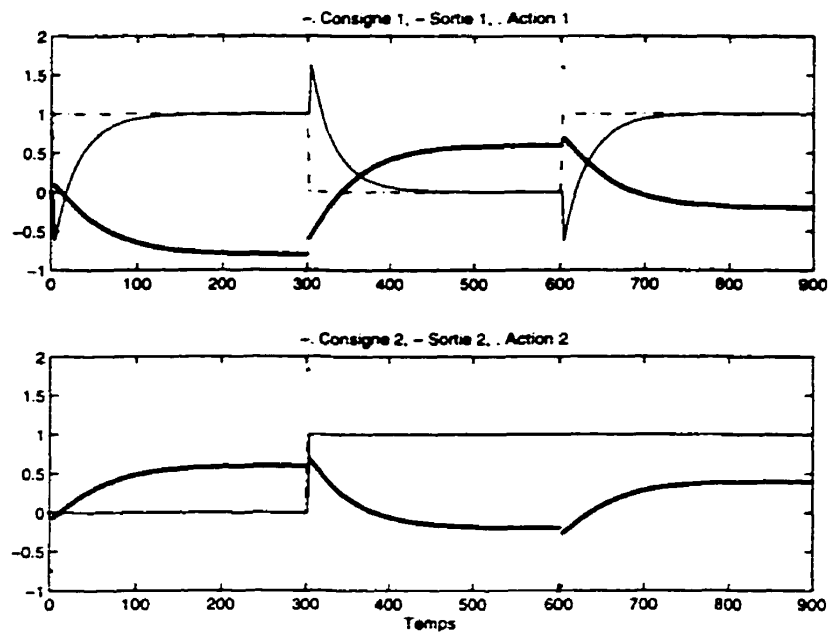


FIG. 4.41: Découplage inversé : exemple 20.

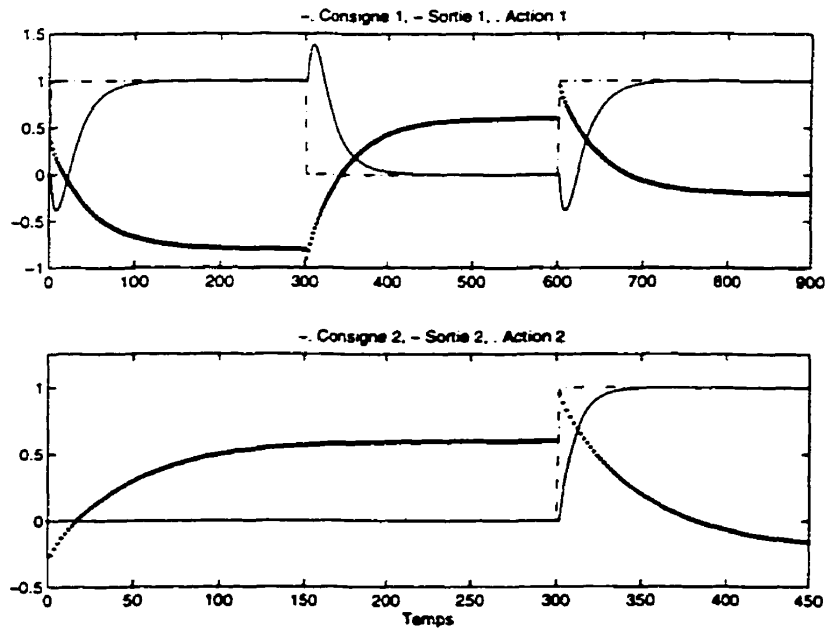


FIG. 4.42: Découplage inversé : exemple 21.

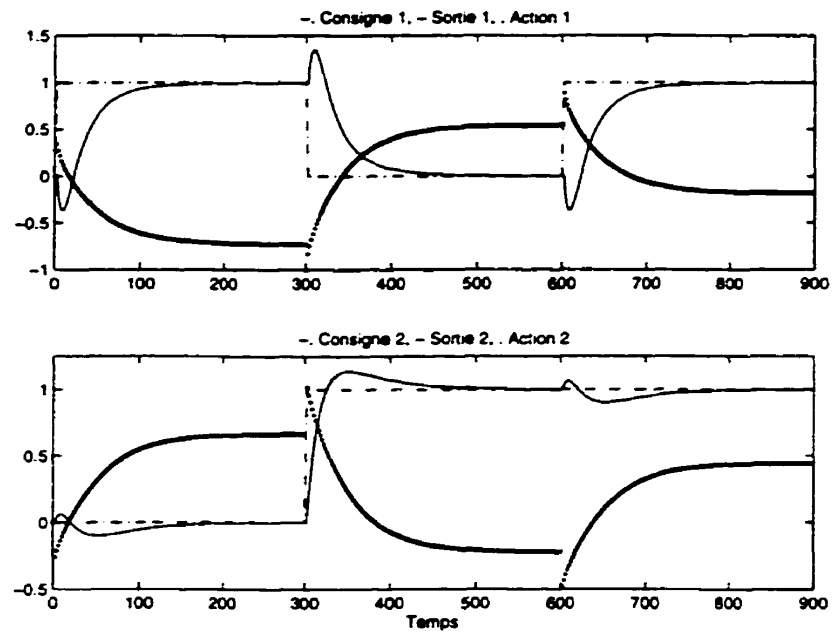


FIG. 4.43: Découplage inversé : exemple 22.

- L'exemple 24, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que le précédent mais avec des pondérations sur la première commande égale à 10 et sur la deuxième commande égale à 0.1.
- L'exemple 25, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite et en anticipation que l'exemple 24 mais avec une erreur de modélisation de +20 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -20 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des 2 blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

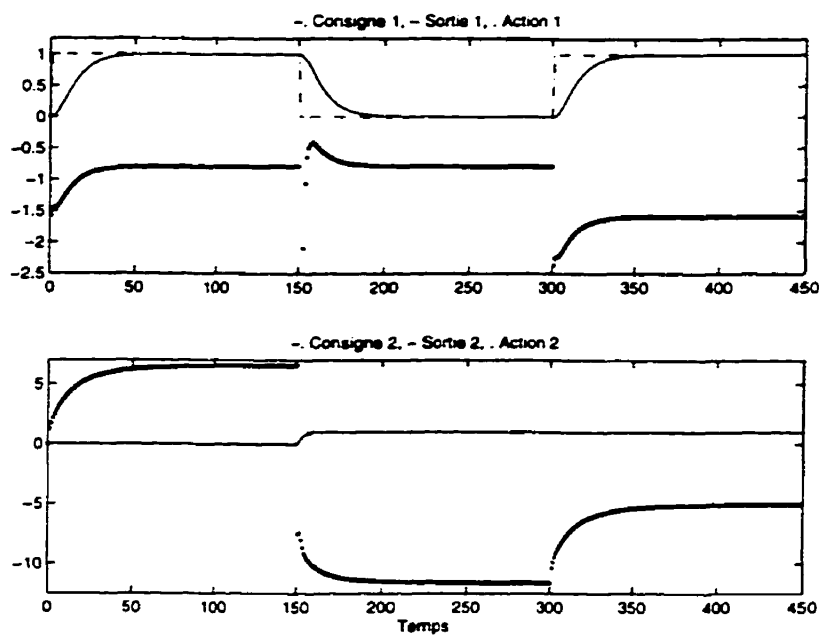


FIG. 4.44: Découplage inversé : exemple 23.

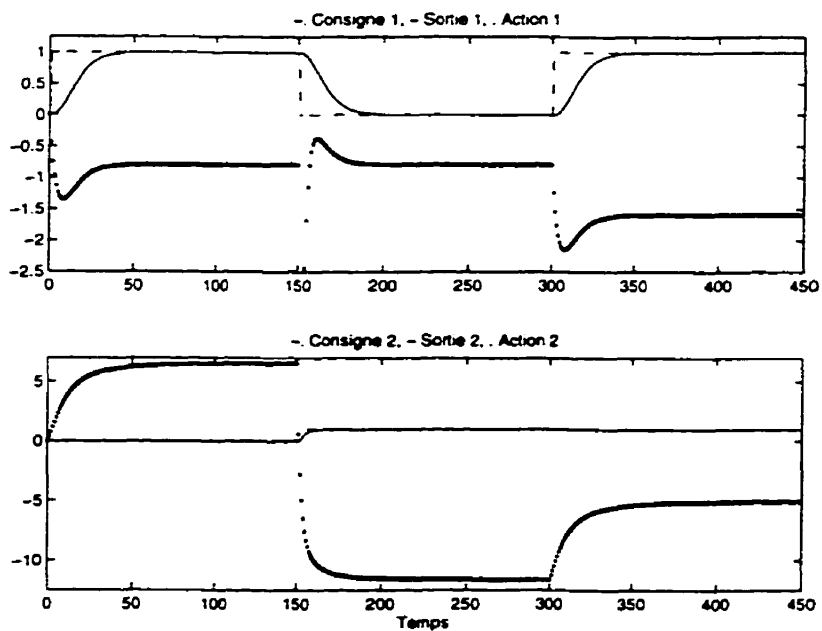


FIG. 4.45: Découplage inversé : exemple 24.

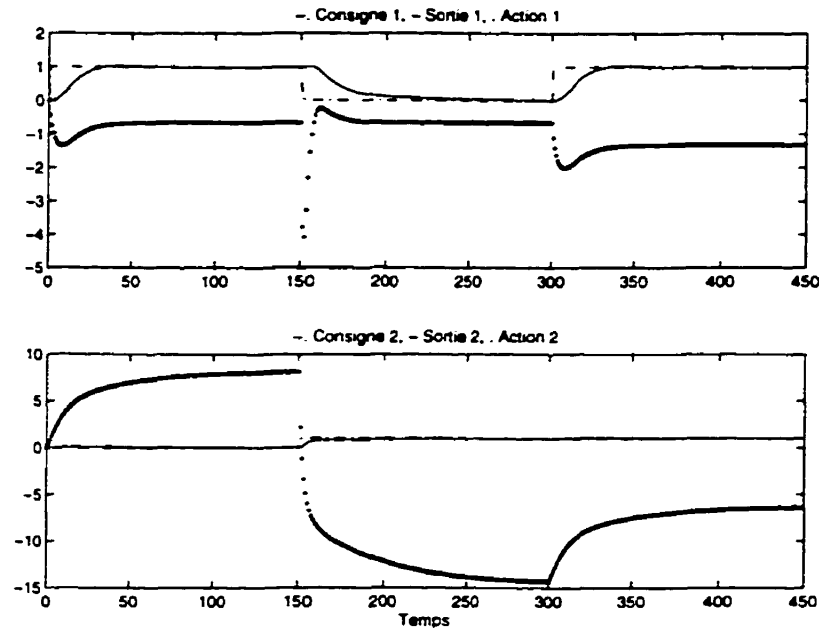


FIG. 4.46: Découplage inversé : exemple 25.

4.4 La GlobPC multivariable à critères décentralisés

Cette partie présente des exemples de réglage de procédés 2×2 et 3×3 traités avec l'algorithme de la commande prédictive globale à critères décentralisés. Les mêmes exemples de procédés multivariables des équations (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) et (4.17) sont repris et le réglage est réalisé, cette fois ci, avec l'algorithme GlobPC à critères décentralisés.

4.4.1 Test sur le premier procédé 2×2

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.13). Les figures (4.47), (4.48) et (4.49) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.13) suite à quelques réglages.

- Pour l'exemple 26, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des deux blocs de contrôle en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 27, montre le comportement du même procédé dans les mêmes condi-

tions de réglage en poursuite que le cas précédent mais avec des horizons de prédiction égaux à 10.

- L'exemple 28, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple 27 mais avec une erreur de modélisation de +10 pour cent sur les gains relatifs à la première entrée et de -10 pour cent sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des 2 blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$, tous les filtres sont égaux à un.

Quant aux figures (4.50), (4.51) et (4.52) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.13) suite à d'autres types de réglage :

- Pour l'exemple 29, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage du bloc de contrôle en poursuite :
 - du premier sous-système sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 10$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un,
 - du deuxième sous-système sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 30, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage du bloc de contrôle en poursuite :
 - du premier sous-système sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 10$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un,
 - du deuxième sous-système sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 31, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple précédent mais avec des pondérations sur les deuxièmes commandes égales à 20.

Ces dernières figures (4.50), (4.51) et (4.52) montrent la facilité d'obtenir différentes dynamiques pour les sorties lorsque cela est spécifié.

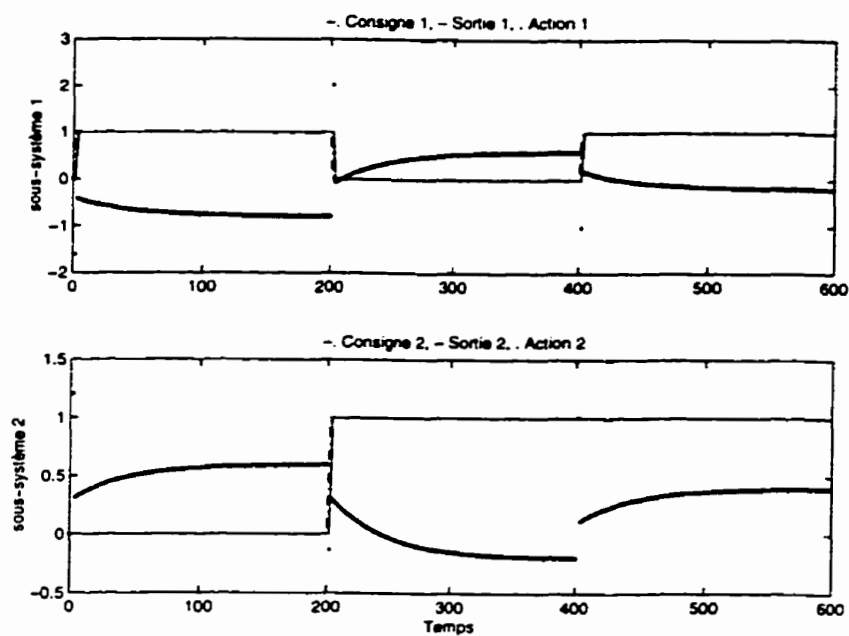


FIG. 4.47: GlobPC décentralisée : exemple 26.

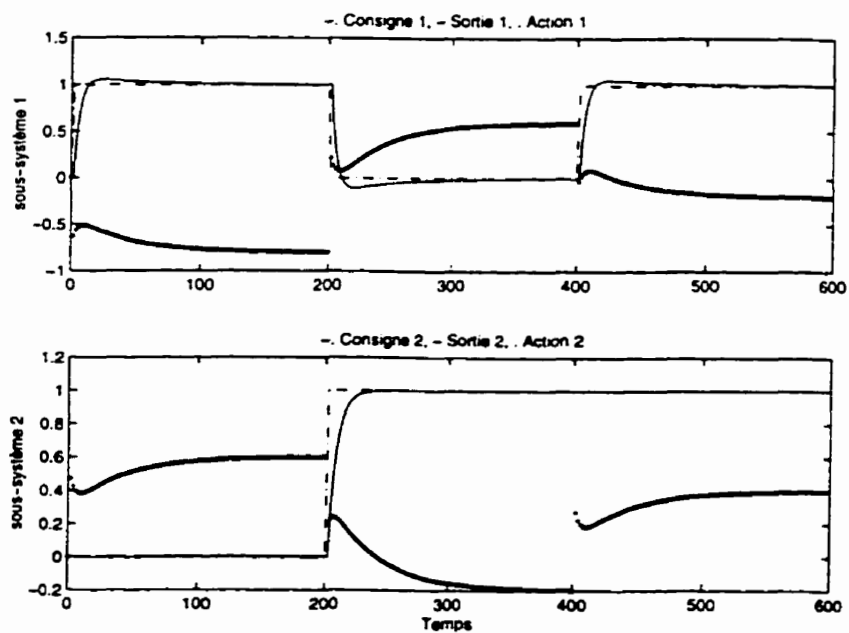


FIG. 4.48: GlobPC décentralisée : exemple 27.

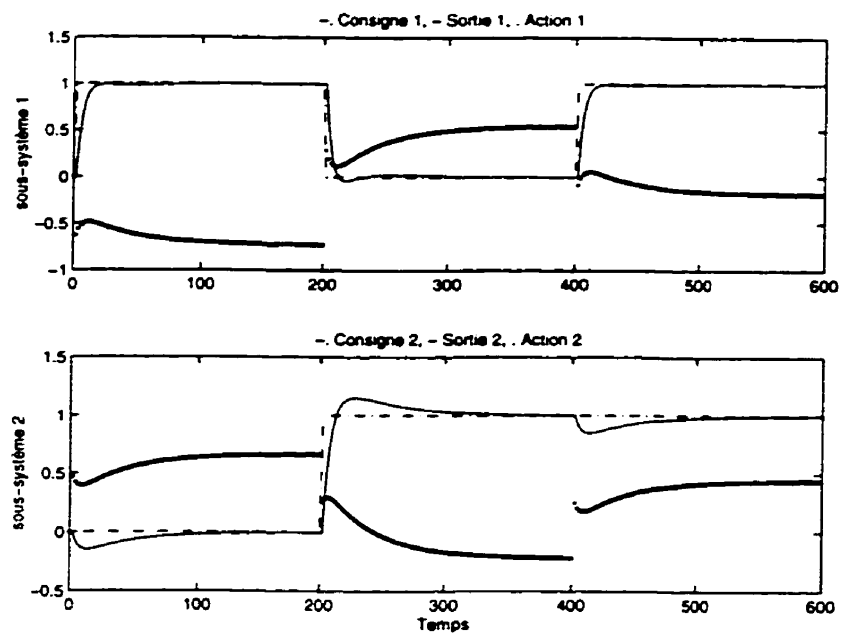


FIG. 4.49: GlobPC décentralisée : exemple 28.

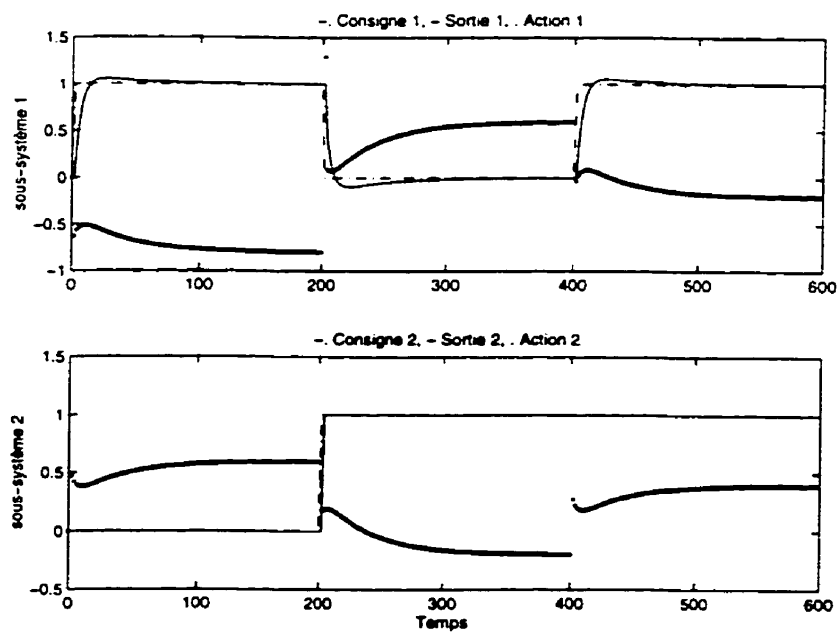


FIG. 4.50: GlobPC décentralisée : exemple 29.

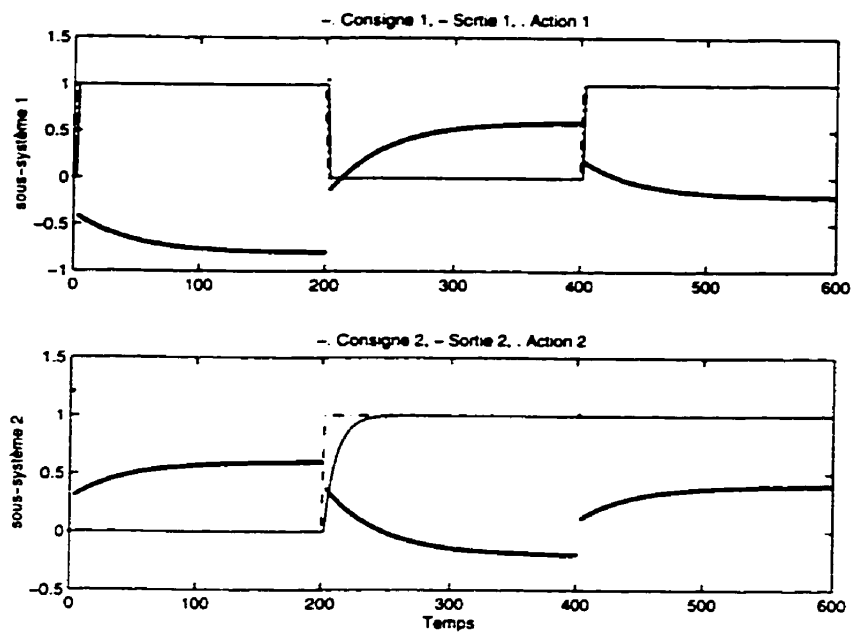


FIG. 4.51: GlobPC décentralisée : exemple 30.

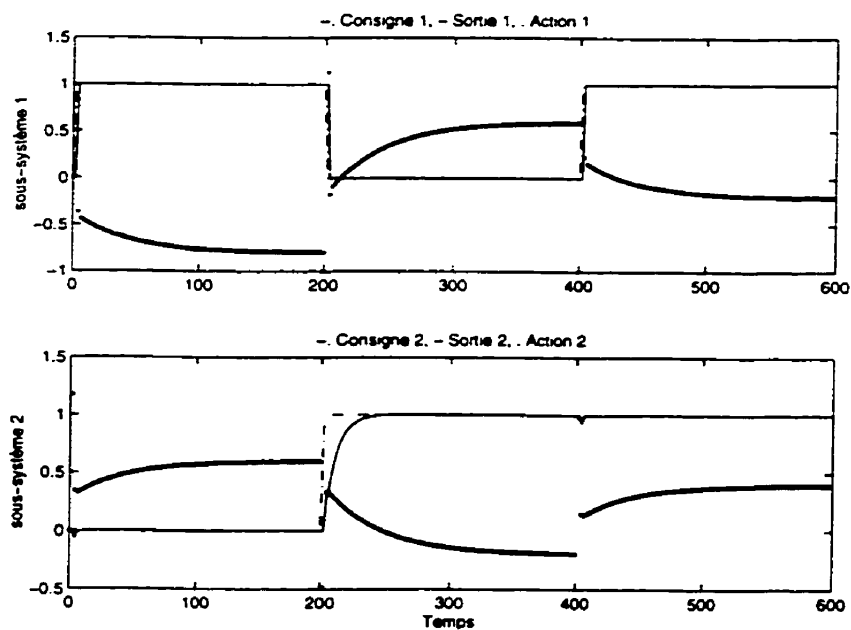


FIG. 4.52: GlobPC décentralisée : exemple 31.

4.4.2 Test sur le deuxième procédé 2×2

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.14). Les figures (4.53), (4.54) et (4.55) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.14) suite à quelques types de réglage.

- Pour l'exemple 32, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des deux blocs de contrôle en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 30$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 33, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que le précédent mais avec une pondération sur la première commande égale à 10 et sur la deuxième commande égale à 1.
- L'exemple 34, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple 33 mais avec une erreur de modélisation de +20 % sur les gains relatifs à la première entrée et de -20 % sur les gains relatifs à la deuxième entrée. Les paramètres de réglage des 2 blocs de contrôle en régulation sont fixés à : $H_R^P = 1$, $H_R^S = 1$, $H_R^C = 1$, $w_R = 1$, $\lambda_R = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

4.4.3 Test sur le premier procédé 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.15). Les figures (4.56), (4.57) et (4.58) montrent les résultats des simulations des tests sur le procédé de l'équation (4.15) avec l'algorithme de la GlobPC à critères décentralisés.

- Pour l'exemple 35, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage des trois blocs de contrôle en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 1$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 36, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage que l'exemple 35 mais avec un horizon de prédiction égal à 10.
- L'exemple 37 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage en poursuite que l'exemple précédent mais avec une erreur de

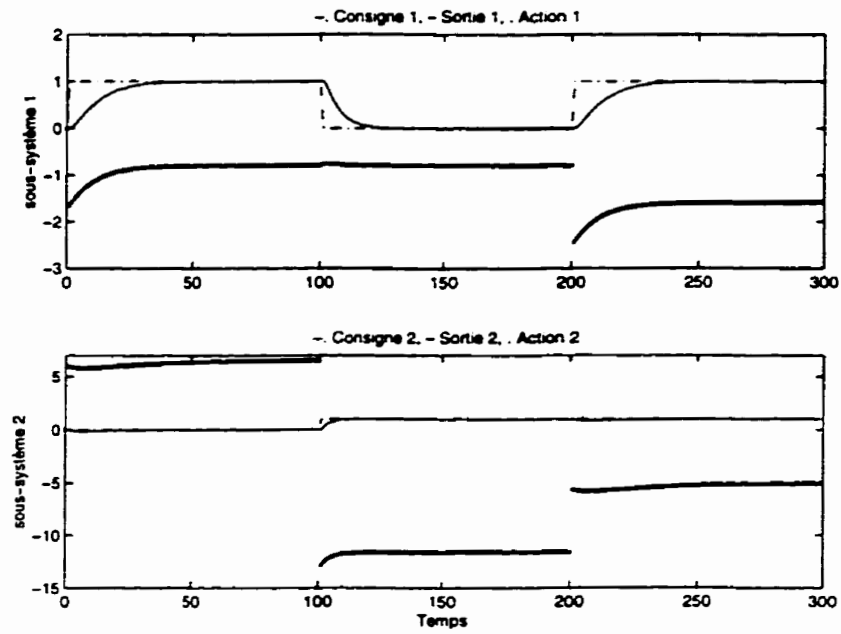


FIG. 4.53: GlobPC décentralisée : exemple 32.

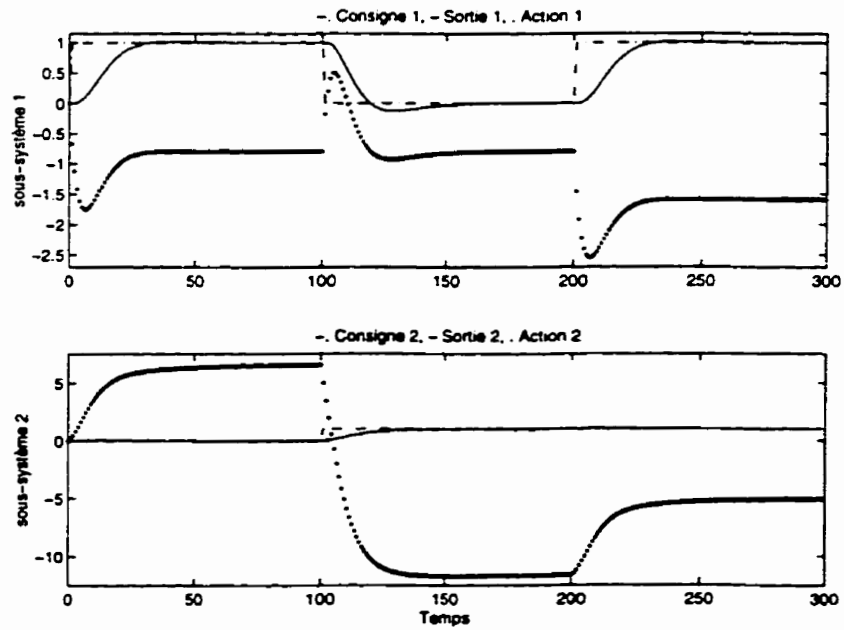


FIG. 4.54: GlobPC décentralisée : exemple 33.

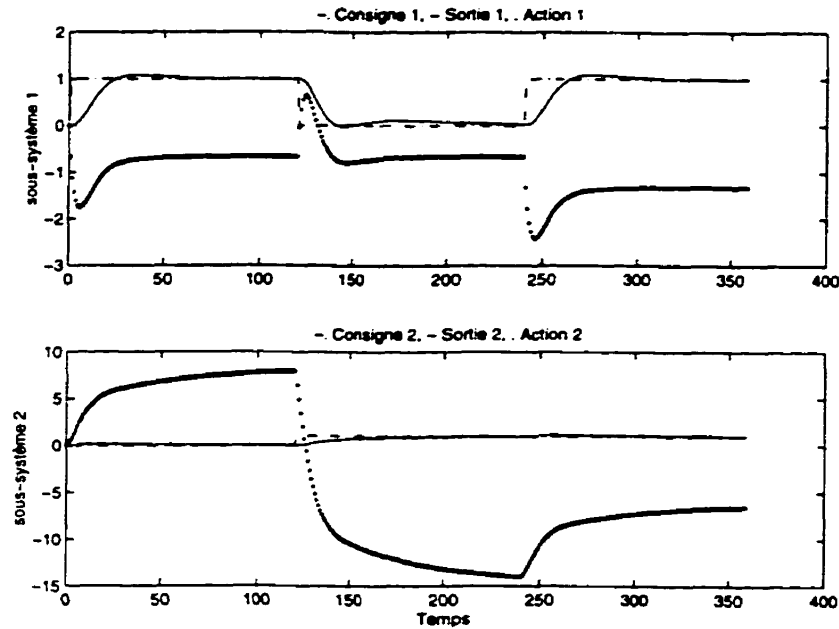


FIG. 4.55: GlobPC décentralisée : exemple 34.

modélisation de +20 % sur les gains relatifs à la première entrée, de -20 % sur les gains relatifs à la deuxième entrée et de +20 % sur les gains relatifs à la troisième entrée. Les paramètres de réglage en régulation sont choisis les mêmes que ceux en poursuite.

Un autre exemple de réglage est présenté à la figure (4.59) montre la facilité à imposer différentes dynamiques pour les trois sorties lorsque c'est nécessaire. Le réglage réalisé est le suivant :

- pas d'erreur de modélisation,
- $H^S = 1$, $H^C = 1$, $w = 1$, $\lambda = 0$ et tous les filtres sont égaux à un,
- H^P est égal à 1 pour le premier régulateur, 10 pour le deuxième régulateur et 20 pour le troisième régulateur.

4.4.4 Test sur le deuxième procédé 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.16). Les figures (4.60), (4.61) montrent les résultats de simulation suite à quelques exemples de réglage.

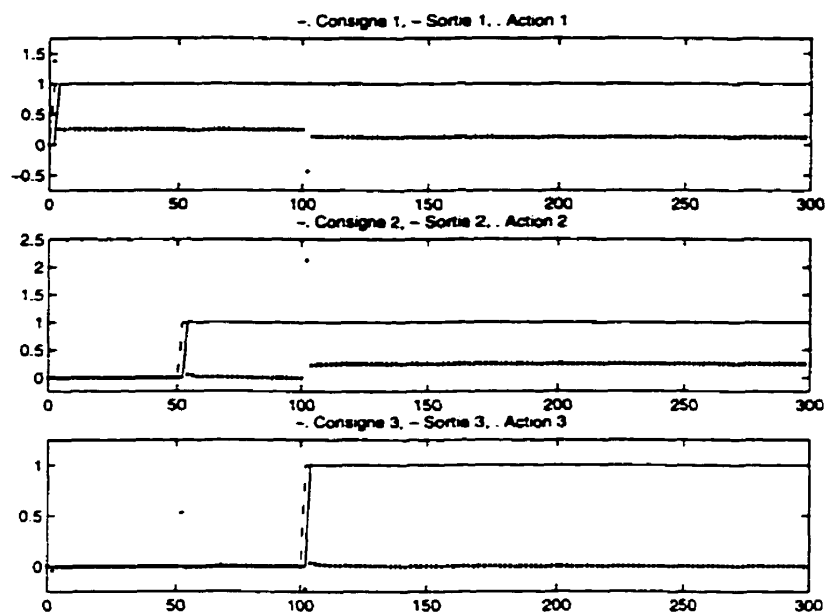


FIG. 4.56: GlobPC décentralisée : exemple 35.

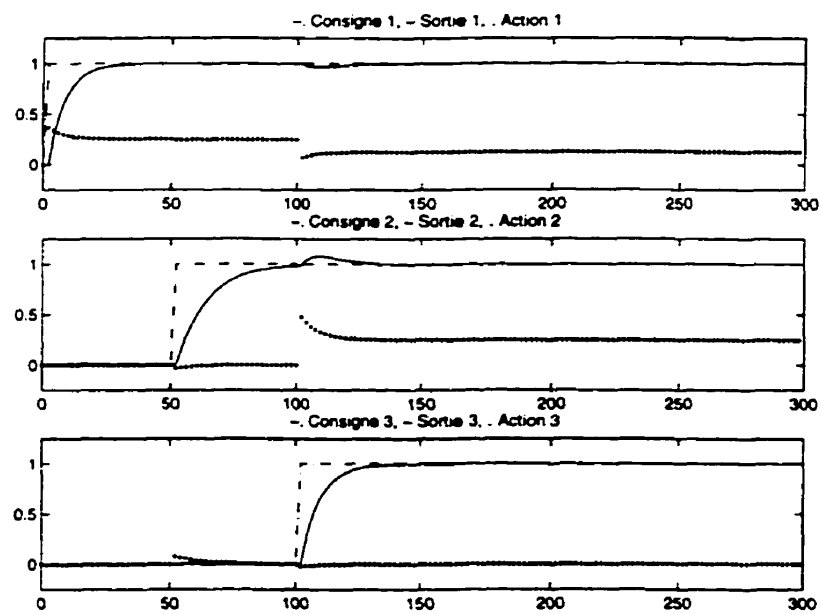


FIG. 4.57: GlobPC décentralisée : exemple 36.

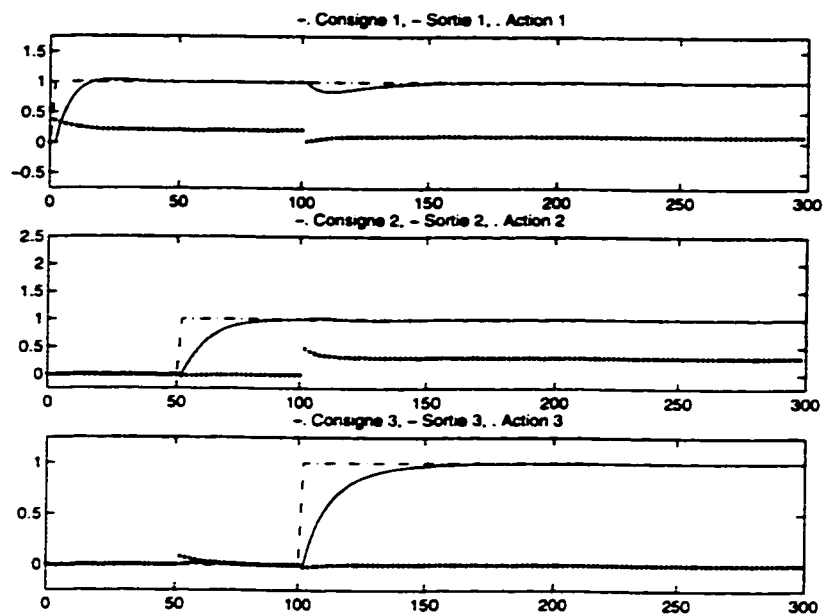


FIG. 4.58: GlobPC décentralisée : exemple 37.

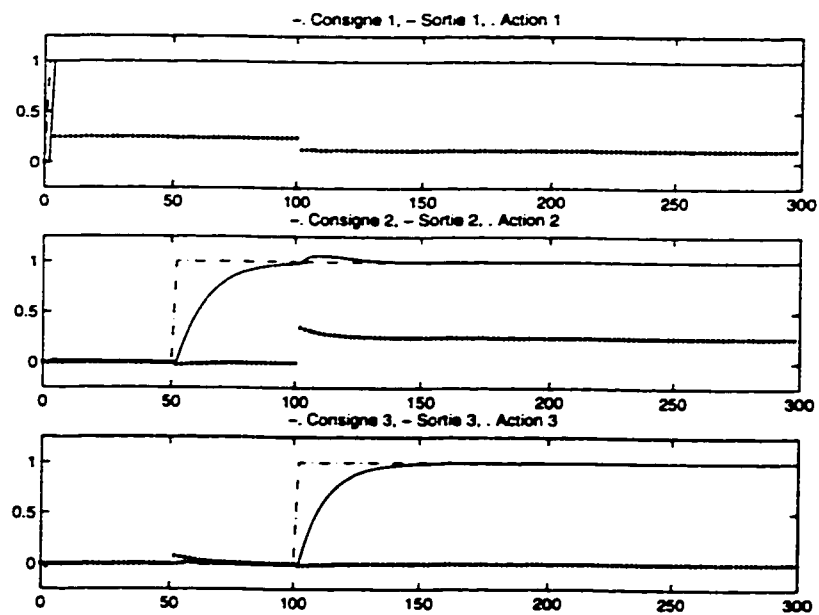


FIG. 4.59: GlobPC décentralisée : exemple 38.

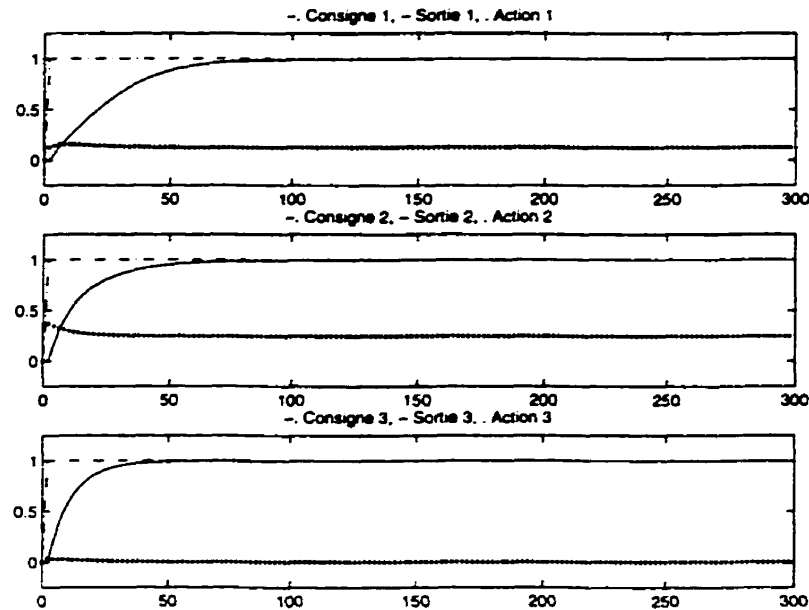


FIG. 4.60: GlobPC décentralisée : exemple 39.

- Pour l'exemple 39, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 15$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.
- L'exemple 40 montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage, en poursuite, que l'exemple précédent mais avec une erreur de modélisation de +20 % sur les gains relatifs à la première entrée, de -20% sur les gains relatifs à la deuxième entrée et de +10 % sur les gains relatifs à la troisième entrée. Les paramètres de réglage en régulation sont choisis les mêmes que ceux en poursuite.

Un autre exemple de réglage est présenté à la figure (4.62) réalisé avec les paramètres en poursuite suivant :

- les horizons de prédictions et de commandes pour le premier régulateur sont fixés, respectivement, à 15 et à 2.
- les horizons de prédictions et de commandes pour le deuxième régulateur sont fixés, respectivement, à 2 et à 2.
- les horizons de prédictions et de commandes pour le troisième régulateur sont

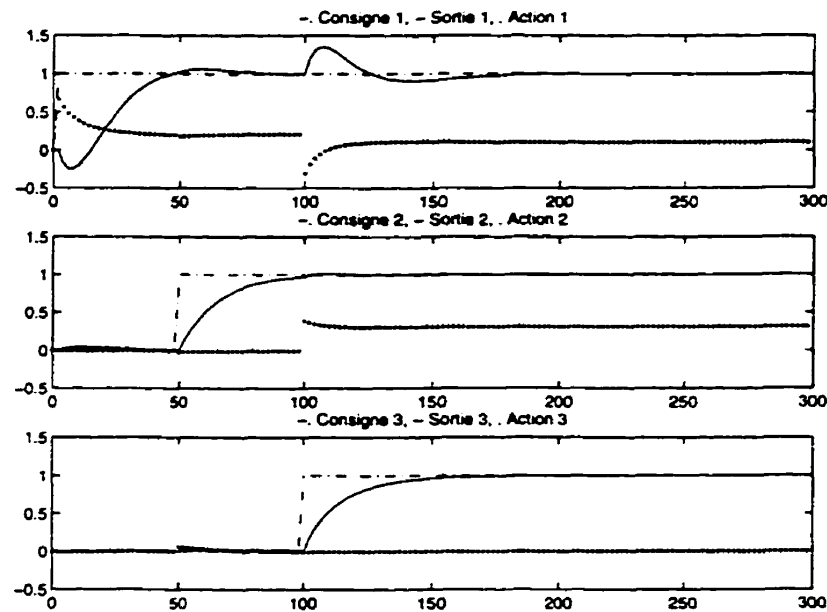


FIG. 4.61: GlobPC décentralisée : exemple 40.

fixés, respectivement à 3 et à 3.

et le reste des paramètres est fixé aux valeurs suivantes : $H^S = 1$, $H^C = 1$, $w = 1$, $\lambda = 0$, tous les filtres sont égaux à un.

La figure (4.63) montre le résultat de simulation (exemple 42) du même réglage précédent avec une erreur de modélisation de +20 % sur les gains relatifs à la première entrée, de -20 % sur les gains relatifs à la deuxième entrée et de +10 % sur les gains relatifs à la troisième entrée.

4.4.5 Test sur le troisième procédé 3×3

Le procédé considéré est celui de l'équation (4.17). Les figures (4.64), (4.65) montrent le comportement du procédé de l'équation (4.17) suite à quelques exemples de réglage.

- Pour l'exemple 44, il n'y a pas d'erreur de modélisation et les paramètres de réglage en poursuite sont fixés aux valeurs suivantes : $H_T^P = 10$, $H_T^S = 1$, $H_T^C = 1$, $w_T = 1$, $\lambda_T = 0$ et tous les filtres sont égaux à un.

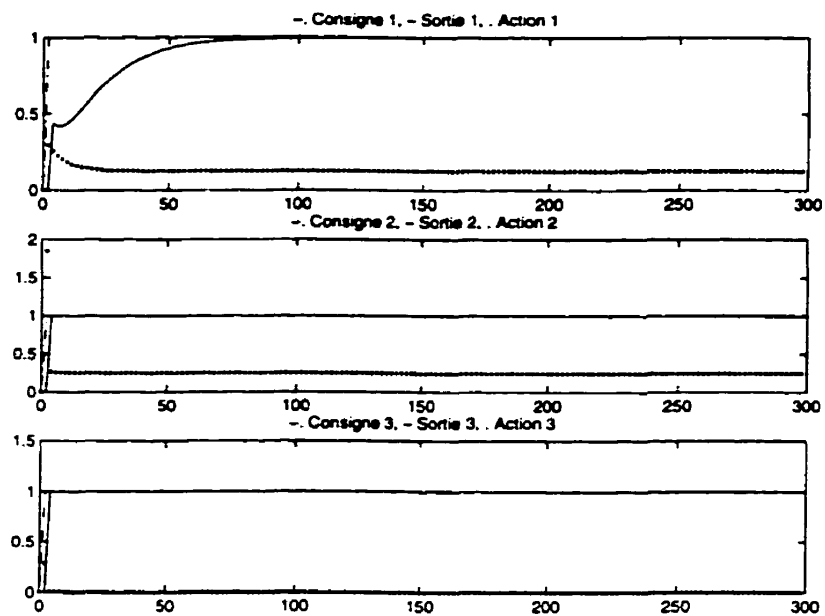


FIG. 4.62: GlobPC décentralisée : exemple 41.

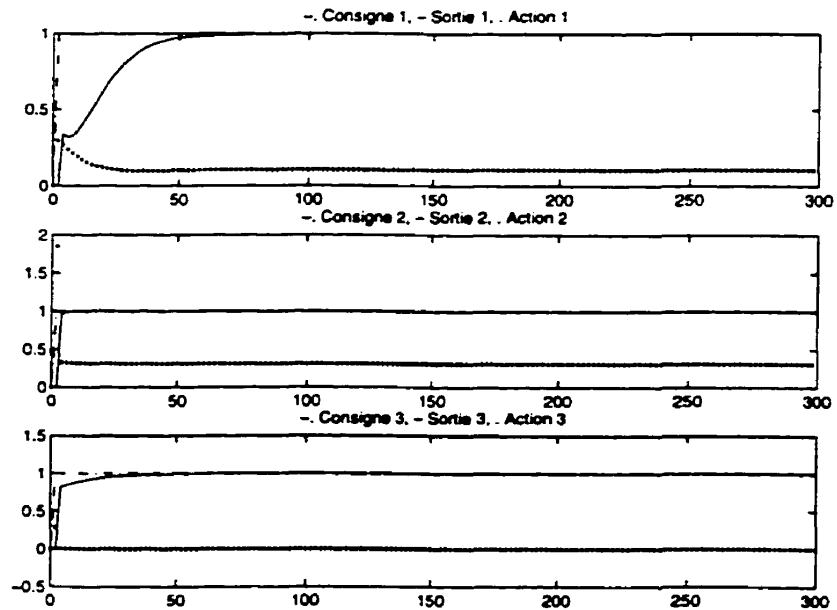


FIG. 4.63: GlobPC décentralisée : exemple 42.

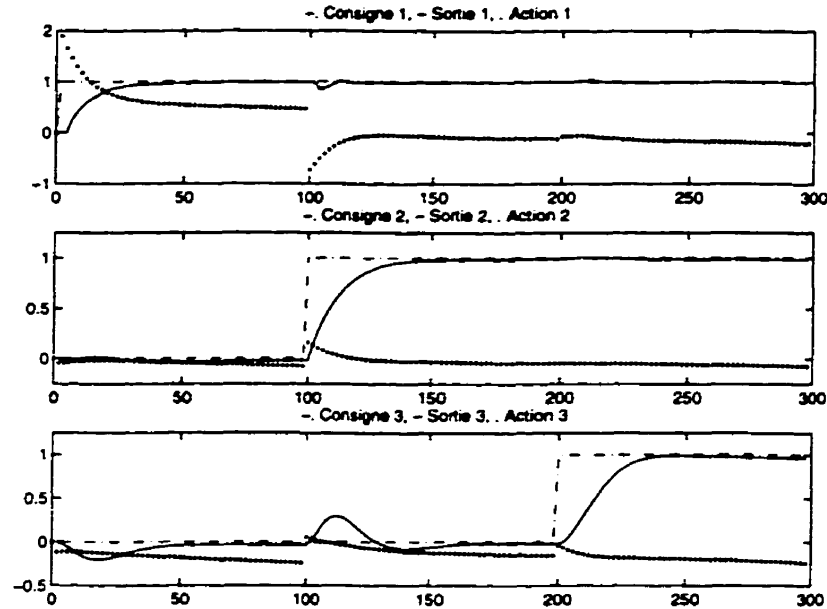


FIG. 4.64: GlobPC décentralisée : exemple 44.

- L'exemple 45, montre le comportement du même procédé dans les mêmes conditions de réglage que l'exemple 44 mais avec des pondérations sur les trois commandes dont les valeurs sont de 10.

4.5 Intérêts et limites

Les tests réalisés que ce soit au moyen des algorithmes de commande prédictives globale utilisant des découpleurs optimaux ou ceux à critères décentralisés montrent à peu près le même niveau de performance et de robustesse que celui de l'approche GlobPC multivariable. Par contre, l'intérêt de ces méthode réside sur la facilité de conception (le réglage des paramètres d'un critère monovariante est plus simple qu'un seul complètement multivariable) et sur la possibilité d'évolution de l'algorithme dans le sens d'ajouter ou de supprimer une boucle de contrôle (lorsque c'est nécessaire).

En comparant les algorithmes utilisant les découpleurs optimaux, il s'avère que la conception est encore plus facile avec l'algorithme à découpleurs inversés que celui à

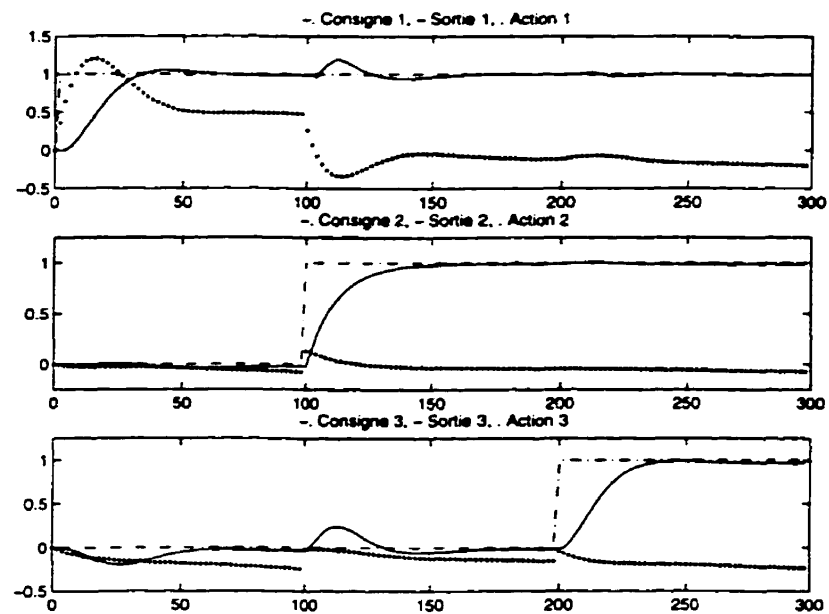


FIG. 4.65: GlobPC décentralisée : exemple 45.

découpleurs simples. Et ceci est dû à la simplicité des modèles sur lesquels se basent les contrôleurs pour le calcul des commandes dans le cas de la GlobPC à découpleurs inversés.

Les limites de ces approches sont les mêmes que ceux de la GlobPC multivariable. l'intérêt est plutôt dans la facilité de conception et la possibilité d'évolution de l'algorithme.

4.6 Conclusion

Des résultats de simulations présentés dans ce chapitre, il ressort les points suivants :

- Les performances et la stabilité de la commande prédictive globale sont fortement reliées au bon choix des paramètres de réglage de cette loi de commande.
- Le choix des paramètres de réglage dépend de la nature du procédé considéré.
- La commande prédictive globale a un bon niveau de performance et de robustesse (quand aux erreurs de modélisation et aux perturbations non mesurables).

- L'algorithme de commande s'applique aussi bien aux procédés monovariables que ceux multivariables stables.
- Les algorithmes de la commande prédictive globale utilisant des découpleurs optimaux ou ceux à critères décentralisés fournissent les mêmes niveaux de performance et robustesse que l'algorithme de la GlobPC à critères multivariables. Ils offrent, par contre, beaucoup de facilité de réglage et aussi la possibilité d'évolution (ajouter ou supprimer une boucle).

Chapitre 5

Conclusion générale

Dans ce projet de recherche, la commande prédictive globale (GlobPC) destinée aux procédés multivariables stables a été étudiée. À la base de cette loi, d'autres approches de commandes qui cherchent à transformer le problème complexe de commande globale à un ensemble de sous-problèmes, relativement plus simples, ont été proposées.

Le premier chapitre présente un bref rappel des lois de commande prédictive et des généralités sur la commande multivariable. Le deuxième chapitre porte sur la commande prédictive globale. C'est une loi de commande à modèle interne destinée aux systèmes stables. Elle utilise trois modèles de référence et minimise trois critères quadratiques indépendants pour la synthèse de la commande, donnant lieu à trois contrôleurs prédictifs indépendants. Cette indépendance permet le traitement séparé des prédictions déterministe et stochastique et l'obtention de comportements différents en poursuite, en anticipation et en régulation. La synthèse de la commande se base sur un modèle de procédé à variables d'états. Les équations d'état des trois contrôleurs s'expriment de manière complexe en fonction des paramètres de synthèse rendant difficile l'analyse des structures en boucle fermée.

Le chapitre 3 propose de nouvelles méthodes de design multivariables à savoir la commande prédictive globale avec découplage optimal (simple et inversé) et celle à critères décentralisés. Ces approches consistent d'abord à décomposer le système glo-

bal en un ensemble de sous-systèmes. La solution de contrôle se base sur plusieurs régulateurs scalaires de type GlobPC qui s'échangent de l'information. Le réglage de ces derniers fait appel à des critères monovariables qui permettent une facilité relative du design.

Le chapitre 4 présente un ensemble de résultats sur la commande prédictive globale à critères multivariables, à découplage optimal et à critères décentralisés. Les résultats qui sont réalisés avec l'algorithme de la GlobPC sur différents types de procédés monovariables et multivariables stables ont permis de mettre en évidence l'effet des différents paramètres de réglage sur le comportement du procédé et le haut niveau de performance et de robustesse de cette loi de commande (GlobPC). Les résultats qui sont réalisés avec les algorithmes de la GlobPC avec découpleurs ou à critères décentralisés, sur différents types de procédés multivariables stables (2×2 et 3×3) montrent que toutes ces approches aboutissent au même niveau de performance et de robustesse. L'avantage des méthodes proposées, par contre, réside dans la facilité de réglage et aussi dans la possibilité d'évolution des algorithmes.

Il ressort de ce mémoire que les méthodes de commande prédictive globale à critères monovariables représentent des solutions intéressantes pour le contrôle des systèmes multivariables stables. Il serait intéressant de pousser plus loin la comparaison entre la commande multivariable et l'approche à critères décentralisés et d'étudier plus à fond la structure optimale avec découpleurs inversés quand les découplages ne sont pas parfaits.

L'application de ces algorithmes développés sur une colonne pilote de flottation a été réalisée dans le cadre d'un projet de Maîtrise (Milot 1999).

Bibliographie

- Åström, K. J. & Wittenmark, B. (1973), 'On self-tuning Regulators', *Automatica* **9(2)**, 185–199.
- Benhammou, A. (1988), *Contribution à l'étude de la commande adaptative décentralisée des systèmes interconnectés*, Thèse de troisième cycle, L.A.A.S, Toulouse, France.
- Bruijn, P. M. & Verbruggen, H. B. (1984), 'Model Algorithmic Control (MAC) using impulse response models', *Automatica* **25**, 67–74.
- Camacho, E. F. & Bordons, C. (1999), *Model Predictive Control*, Springer-Verlag London, GB.
- Clarke, D. W. & al (1987), 'Generalized Predictive Control. Part 1 : The basic algorithm. Part 2 : Extensions and Interpretations', *Automatica* **23(2)**, 137–160.
- Clarke, D. W. & Gawthrop, P. J. (1975), 'Self-tuning Controller', *IEE Proc. Control Theory Appl.* **122(9)**, 920–934.
- Clarke, D. W. & Mohtadi, C. (1989), 'Properties of generalized predictive control', *Automatica* **25 (6)**, 859–875.
- Cutler, C. R. & Ramaker, B. L. (1980), 'Dynamic Matrix Control (DMC) : A Computer Control Algorithm', *Pro. Jacc, San Francisco USA* **122(9)**, 920–934.
- De Keyser, R. M. C. & al (1988), 'A comparative study of self-adaptative long-range predictive control methods', *Automatica* **24(2)**, 149–163.
- De Keyser, R. M. C. & Cauwenberghe, A. (1985), 'Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC)', *In Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. Invited Session on applications of Adaptive and Selftuning Control.*

- Desbiens, A. (1995), *Commande Distribuée Algébrique et adaptative : Théorie, Simulations et Application Industrielle*, Thèse Ph.D., Université Laval, Québec.
- Desbiens, A. & al (2000), 'Global Predictive Control : A Unified Control Structure for Decoupling Setpoint Tracking, Feedforward Compensation and Disturbance Rejection Dynamics', *IEE Proc Control, Theory and application*. *Accépté pour publication*.
- Desbiens, A. & Hodouin, D. (1999), *Automatisation des procédés continus : Commande Prédictive*, Notes de cours, Université Laval, Québec.
- Foulard, C. & al (1987), *Commande et régulation par Calculateur numérique*, Ed. Eyrolles, Paris.
- Gagnon, E. (1999), *Commande Algébrique Décentralisée et Multivariable*, Thèse Ph.D., Université Laval, Québec.
- Gagnon, E. & al (1999), 'Simplified, ideal or inverted decoupling?', *ISA Trans.* **37(4)**, 265–276.
- Garcia, C. E. & Morari, M. (1982), 'Internal Model Control -1. A Unifying Review and Some New Results', *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* **21(2)**, 308–323.
- Lunze, J. (1992), *Feedback Control of Large-Scale Systems*, Prentice Hall International (UK) Ltd, Germany.
- McAvoy, T. J. (1983), 'Some Results on Dynamic Interaction Analysis of Complex Control Systems', *Ind, Eng. Chem. Process Des. Dev.* **22**, 42–49.
- McIntosh, A. R. (1988), *Performance and Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control*, Master of Science Thesis, University of Alberta, Edmonton.
- McIntosh, A. R. & al (1991), 'Analysis and Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control', *Can. J. Chem. Eng.* **69**, 97.
- Milot, M. (1999), *Identification, Instrumentation et contrôle d'une colonne pilote de flottation*, M.Sc. Dep Génie Électrique et Génie Informatique, Université Laval, Québec.
- Pomerleau, A. (1997), *La commande des procédés industriels*, Hermes, Québec.
- Richalet, J. (1993), *Pratique de la commande prédictive*, Hermès, Paris, France.

- Richalet, J. & al (1976), 'Algorithmic Control of Industrial Processes', *In proceeding of the 4th IFAC Symposium on Identification and system Parameter Estimation, Tbilisi*.
- Richalet, J. & al (1978), 'Application to Industrial Processes', *Automatica* **14**, 413–428.
- Sawadogo, S. (1992), *Modélisation, commande prédictive et supervision d'un système d'irrigation*, Thèse, L.A.A.S, Toulouse, France.
- Skogstad, S. & Postlethwaite, I. (1996), *Multivariable feedback control, Analysis and design*, John Wiley & sons, England.
- Smith, O. J. M. (1959), 'A controller overcome dead-time', *Instrument Society of America* **6(2)**, 28–33.
- Soeterboek, R. (1992), *Predictive Control A unified Approach*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Ydstie, B. E. (1984), 'Extended Horizon Adaptive Control (EHAC)', *In Proceeding of the 9th IFAC World Congress-Budapest-Hungry* pp. 911–915.